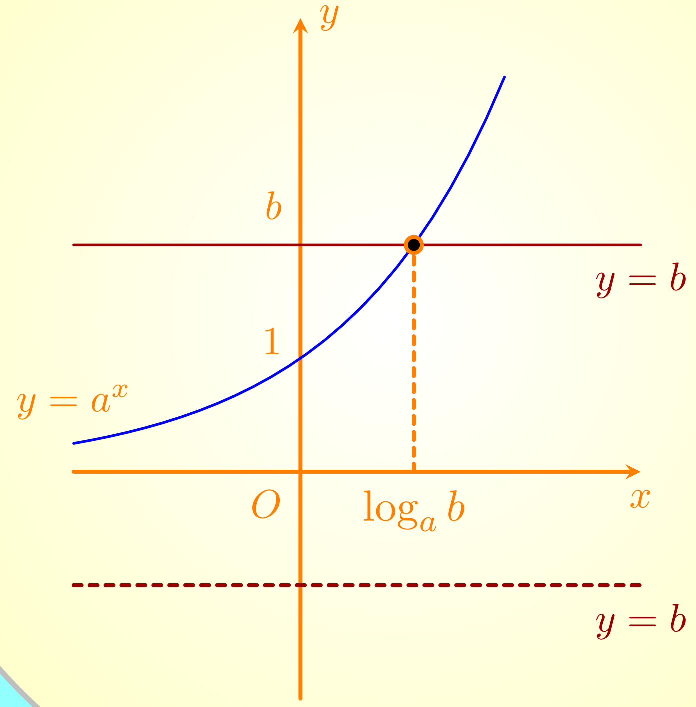
Gv: VŨ NGỌC HUY – Trường THPT chuyên Lê Quý Đôn - Tỉnh Ninh Thuận – ĐT: 0944.238.108

Toán 10

Cuối HK2

TÀI LIỆU ÔN TẬP 2023

Tài liệu ôn tập CHK2



LQĐ

TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN

MỤC LỤC

PHẦN

HK2 - KHỐI 10

Bài 1. ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CHK2 - K10 NĂM 2023

A I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Do chiều dài của một cây thước, ta được kết quả $l = 45 \pm 0,3\,(cm)$ thì sai số tương đối của phép đo là:

A. $\Delta_l = 0,3$. B. $\Delta_l \leq 0,3$. C. $\delta_l = \dfrac{3}{10}$. D. $\delta_l \leq \dfrac{1}{150}$.

Lời giải.

Vì $\Delta_l \leq 0,3$ nên $\delta_l = \dfrac{\Delta_l}{l} \leq \dfrac{0,3}{45} = \dfrac{1}{150}$.

Chọn đáp án D □

Câu 2. Điểm (thang điểm 10) của 11 học sinh cao điểm nhất trong một bài kiểm tra như sau:
10 9 10 8 9 10 9 7 8 9 10. Hãy tìm các tứ phân vị.

A. $Q_1 = 7$, $Q_2 = 8$, $Q_3 = 10$. B. $Q_1 = 8$, $Q_2 = 10$, $Q_3 = 10$.
C. $Q_1 = 8$, $Q_2 = 9$, $Q_3 = 10$. D. $Q_1 = 8$, $Q_2 = 9$, $Q_3 = 9$.

Lời giải.

Sắp xếp các giá trị theo thứ tự không giảm:
7 8 8 9 9 9 9 10 10 10 10.
Trung vị của mẫu số liệu là: $Q_2 = 9$.
Tứ vị phân thứ nhất là $Q_1 = 8$.
Tứ vị phân thứ ba là $Q_3 = 10$.
Vậy $Q_1 = 8$, $Q_2 = 9$, $Q_3 = 10$ là các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.
Chọn đáp án C □

Câu 3. Một cửa hàng giày thể thao đã thống kê cỡ giày của 20 khách hàng nữ được chọn ngẫu nhiên cho kết quả như sau:
35 37 39 41 38 40 40 37 39 38 38 36 37 42 38 35 38 36 38 35.
Tìm trung vị cho mẫu số liệu trên.

A. 36. B. 37. C. 38. D. 39.

Lời giải.

Sắp xếp các giá trị theo thứ tự không giảm:
35 35 35 36 36 37 37 37 38 38 38 38 38 38 39 39 40 40 41 42.
Vì $n = 20$ là số chẵn nên trung vị là trung bình cộng của hai giá trị chính giữa: $Me = \dfrac{38+38}{2}$
Chọn đáp án C □

Câu 4. Một mẫu số liệu thống kê có tứ phân vị lần lượt là $Q_1 = 22$, $Q_2 = 27$, $Q_3 = 32$. Giá trị nào sau đây là giá trị bất thường của mẫu số liệu

A. 30. B. 9. C. 48. D. 46.

Lời giải.

Ta có $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 32 - 22 = 10$. Do đó, $[Q_1 - 1,5.\Delta_Q; Q_3 + 1,5.\Delta_Q] = [7; 47]$.
Do $48 \notin [7; 47]$ nên là một giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu.
Chọn đáp án C □

Câu 5. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai điểm $M(-3; 1)$ và $N(6; -4)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác OMN là

A. $G(9; -5)$. B. $G(-1; 1)$. C. $G(1; -1)$. D. $G(3; -3)$.

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases} x_G = \dfrac{x_M + x_N + x_O}{3} = \dfrac{-3 + 6 + 0}{3} = 1 \\ y_G = \dfrac{y_M + y_N + y_O}{3} = \dfrac{1 + (-4) + 0}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow G(1; -1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho đường (d) : $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - 4t \end{cases}$. Véc-tơ nào sau đây là véc-tơ chỉ phương của (d) ?

A. $\vec{a} = (1; 2)$. B. $\vec{a} = (-1; 3)$. C. $\vec{a} = (2; -4)$. D. $\vec{a} = (-1; 2)$.

Lời giải.

Dựa vào (d) ta có VTCP: $\vec{a} = (2; -4)$
Chọn đáp án C □

Câu 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $M(3; -2)$ và $N(4; 1)$.

A. $\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -2 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $M(3; -2)$ và $N(4; 1)$.
$\Rightarrow$ Đường thẳng d đi qua điểm $M(3; -2)$ và nhận $\overrightarrow{MN}(1; 3)$ làm vectơ chỉ phương.
Vậy phương trình tham số đường thẳng d : $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau đây: Δ_1 :$2x - 3y + 1 = 0$ và Δ_2 : $-4x + 6y - 1 = 0$.

A. Song song. B. Trùng nhau.
C. Vuông góc. D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải.

Xét: $\dfrac{2}{-4} = \dfrac{-3}{6} \neq \dfrac{1}{-1}$ nên hai đường thẳng song song.
Chọn đáp án A □

Câu 9. Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta : 3x + y + 4 = 0$ là

A. 1. B. $\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$. C. $\dfrac{5}{2}$. D. $2\sqrt{10}$.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+y+4=0$ là

$$d(M;\Delta)=\frac{|3.1-1+4|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{6}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 10. Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

(A) $x^2+y^2-6x-10y+30=0$.
(B) $x^2+y^2-3x-2y+30=0$.
(C) $4x^2+y^2-10x-6y-2=0$.
(D) $x^2+2y^2-4x-8y+1=0.$.

Lời giải.

Phương trình đường tròn đã cho có dạng: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2+b^2-c>0$.
Xét đáp án $x^2+y^2-6x-10y+30=0$, ta có $a=3$, $b=5$, $c=30 \Rightarrow a^2+b^2-c=4>0$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 11. Đường tròn (C) có tâm $I(-2;3)$ và đi qua $M(2;-3)$ có phương trình là

(A) $(x+2)^2+(y-3)^2=\sqrt{52}$.
(B) $(x+2)^2+(y-3)^2=52$.
(C) $x^2+y^2+4x-6y-57=0$.
(D) $x^2+y^2+4x+6y-39=0$.

Lời giải.

$R=\left|\overrightarrow{IM}\right|=\sqrt{4^2+(-6)^2}=\sqrt{52}$.
Phương trình đường tròn tâm $I(-2;3)$, $R=\sqrt{52}$ là $(x+2)^2+(y-3)^2=52$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 12. Tọa độ các tiêu điểm của hypebol $(H): \dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$ là

(A) $F_1=\left(-\sqrt{13};0\right); F_2=\left(\sqrt{13};0\right)$.
(B) $F_1=\left(0;-\sqrt{13}\right); F_2=\left(0;\sqrt{13}\right)$.
(C) $F_1=\left(0;-\sqrt{5}\right); F_2=\left(0;\sqrt{5}\right)$.
(D) $F_1=\left(-\sqrt{5};0\right); F_2=\left(\sqrt{5};0\right)$.

Lời giải.

Gọi $F_1=(-c;0)$; $F_2=(c;0)$ là hai tiêu điểm của (H).
Từ phương trình $(H): \dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$, ta có: $a^2=9$ và $b^2=4$ suy ra $c^2=a^2+b^2=13 \Rightarrow c=\sqrt{13}, (c>0)$.
Vậy tọa độ các tiêu điểm của (H) là $F_1=\left(-\sqrt{13};0\right)$; $F_2=\left(\sqrt{13};0\right)$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 13. Một tổ có 6 học sinh nữ và 8 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật?

(A) 28.
(B) 48.
(C) 14.
(D) 8.

Lời giải.

Số cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đi trực nhật là $6+8=14$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 14. Từ 4 số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số?

A. 12. B. 6. C. 64. D. 24.

Lời giải.

Gọi số cần lập là $\overline{abc}, a \neq 0$.
Chọn a có 4 cách chọn.
Chọn b có 4 cách chọn.
Chọn c có 4 cách chọn.
Theo qui tắc nhân, số các số lập được là $4^3 = 64$ số.
Chọn đáp án C □

Câu 15. Có bao nhiêu cách xếp 3 học sinh nam và 4 học sinh nữ theo hàng ngang?

A. 7!. B. 144. C. 2880. D. 480.

Lời giải.

Số cách xếp 3 học sinh nam và 4 học sinh nữ theo hàng ngang là 7!.
Chọn đáp án A □

Câu 16. Từ 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 7^4. B. P_7. C. C_7^4. D. A_7^4.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 là A_7^4.
Chọn đáp án D □

Câu 17. Cho tập hợp $M = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Số tập con gồm hai phần tử của tập hợp M là:

A. 11. B. A_5^2. C. C_5^2. D. P_2.

Lời giải.

Mỗi tập con hai phần tử của tập hợp M là một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử. Vậy số tập con hai phần tử của tập hợp M là: C_5^2.
Chọn đáp án C □

Câu 18. Khai triển $(x + 2y)^5$ thành đa thức ta được kết quả sau

A. $x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 80xy^4 + 32y^5$.

B. $x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 40x^2y^3 + 10xy^4 + 2y^5$.

C. $x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 40xy^4 + 32y^5$.

D. $x^5 + 10x^4y + 20x^3y^2 + 20x^2y^3 + 10xy^4 + 2y^5$.

Lời giải.

$(x + 2y)^5 = C_5^0x^5 + C_5^1x^4\left(2y\right)^1 + C_5^2x^3\left(2y\right)^2 + C_5^3x^2\left(2y\right)^3 + C_5^4x(2y)^4 + C_5^5\left(2y\right)^5$.
$= x^5 + 10x^4y + 40x^3y^2 + 80x^2y^3 + 80xy^4 + 32y^5$.
Chọn đáp án A □

Câu 19. Gieo một con súc sắc cân đối, đồng chất một lần. Xác suất xuất hiện mặt hai chấm là

Ⓐ $\frac{1}{2}$. Ⓑ $\frac{1}{3}$. Ⓒ $\frac{1}{6}$. Ⓓ $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Gọi A là biến cố xuất hiện mặt hai chấm.
Ta có $n(\Omega) = 6$, $n(A) = 1$.
Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{6}$.
Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 20. Một hộp chứa 10 quả cầu gồm 3 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu đỏ, các quả cầu đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai quả cầu từ hộp đó. Xác suất để hai quả cầu được chọn ra cùng màu bằng

Ⓐ $\frac{7}{30}$. Ⓑ $\frac{8}{15}$. Ⓒ $\frac{7}{15}$. Ⓓ $\frac{5}{11}$.

Lời giải.

Gọi biến cố A: "Hai quả cầu được chọn ra cùng màu".
Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 10.9 = 90$.
Chọn hai quả cầu cùng màu xảy ra 2 trường hợp: hoặc 2 quả cùng màu xanh hoặc 2 quả cùng màu đỏ. Khi đó $n(A) = 3 \cdot 2 + 7 \cdot 6 = 48$.
Xác suất để hai quả cầu được chọn ra cùng màu là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15}$.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 21. Từ một nhóm gồm 6 học sinh nữ và 4 học sinh nam, chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Xác suất để chọn được 2 học sinh nữ và 1 học sinh nam bằng

Ⓐ $\frac{3}{10}$. Ⓑ $\frac{1}{5}$. Ⓒ $\frac{1}{6}$. Ⓓ $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^3$.
Gọi A là biến cố: "Chọn được 2 học sinh nữ và 1 học sinh nam" thì $n(A) = C_6^2 \cdot C_4^1$.
Xác suất chọn được 2 học sinh nữ và 1 học sinh nam là $P(A) = \frac{C_6^2 \cdot C_4^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{2}$.
Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 22. Cho số gần đúng $\alpha = 23748023$ với độ chính xác $d = 101$. Hãy viết số quy tròn của số

Ⓐ 23749000. Ⓑ 23748000. Ⓒ 23746000. Ⓓ 23747000.

Lời giải.

Độ chính xác $d = 101$ (hàng trăm) nên ta làm tròn số $\alpha = 23748023$ đến hàng nghìn được kết quả là $\alpha = 23748000$.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 23. Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, bạn Lan thu được kết quả như bảng sau. Hỏi trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc bao nhiêu cuốn sách?

Số cuốn sách	3	4	5	6	7
Số bạn	6	15	3	8	8

Ⓐ $4,694$. Ⓑ $4,925$. Ⓒ $4,55$. Ⓓ $4,495$.

Lời giải.

Số bạn học sinh trong lớp là $n = 6 + 15 + 3 + 8 + 8 = 40$ (bạn).
Trong năm 2021, trung bình mỗi bạn trong lớp đọc số cuốn sách là $\overline{x} = \dfrac{6 \cdot 3 + 15 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 8 \cdot 6 + 8 \cdot 7}{40} = 4,925$.
Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 24. Trong mặt phẳng hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;1)$, $B(-1;7)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn hệ thức $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0}$ là

Ⓐ $M(1;-3)$. Ⓑ $M(5;-5)$. Ⓒ $M(1;-1)$. Ⓓ $M(3;-1)$.

Lời giải.

Gọi $M(a;b)$.
Ta có $\overrightarrow{AM} = (a-2; b-1)$ và $\overrightarrow{AB} = (-3;6)$.
Lại có $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(a-2) - 3 = 0 \\ 3(b-1) + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases}$.
Suy ra $M(3;-1)$.
Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 25. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2)$ và song song với đường thẳng $d: 4x + 2y + 1 = 0$ có phương trình tổng quát là

Ⓐ $4x + 2y + 3 = 0$. Ⓑ $2x + y + 4 = 0$. Ⓒ $x - 2y + 3 = 0$. Ⓓ $2x + y - 4 = 0$.

Lời giải.

Vì $\Delta \mathbin{/\!/} d: 4x + 2y + 1 = 0 \Rightarrow \Delta: 4x + 2y + m = 0$, $(m \neq 1)$.
Mà Δ đi qua $M(1;2)$ nên ta có $4 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + m = 0 \Rightarrow m = -8$ (thoả mãn).
$\Rightarrow \Delta: 4x + 2y - 8 = 0 \Leftrightarrow \Delta: 2x + y - 4 = 0$.
Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 26. Hai đường thẳng $d_1: mx + y = m - 5$, $d_2: x + my = 9$ cắt nhau khi và chỉ khi

Ⓐ $m \neq -1$. Ⓑ $m \neq 1$. Ⓒ $m \neq \pm 1$. Ⓓ $m \neq 2$.

Lời giải.

Cách 1.
+ Xét $m = 0$ thì $d_1: y = -5$, $d_2: x = 9$. Rõ ràng hai đường thẳng này cắt nhau nên $m = 0$ thỏa mãn.
+ Xét $m \neq 0$ thì $d_1: y = -mx + m - 5$ và $d_2: y = -\dfrac{x}{m} + 9$.
Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau $\Leftrightarrow -m \neq -\dfrac{1}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq \pm 1 \end{cases}$ (2) .
Từ (1) và (2), ta có $m \neq \pm 1$.
Cách 2.
d_1 và d_2 theo thứ tự nhận các véc-tơ $\overrightarrow{n}_1 = (m;1)$, $\overrightarrow{n}_2 = (1;m)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
d_1 và d_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \overrightarrow{n}_1$ và $\overrightarrow{n}_2$ không cùng phương $\Leftrightarrow m \cdot m \neq 1 \cdot 1 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.
Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là.

Ⓐ $x^2+y^2+6x+y-1=0$.
Ⓑ $x^2+y^2-6x-y-1=0$.
Ⓒ $x^2+y^2-6x+y-1=0$.
Ⓓ $x^2+y^2+6x-y-1=0$.

Lời giải.

Gọi (C) là phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B, C với tâm $I(a;b)$
$\Rightarrow (C)$ có dạng: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$. Vì đường tròn (C) đi qua qua ba điểm A, B, C nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1+4-2a-4b+c=0 \\ 25+4-10a-4b+c=0 \\ 1+9-2a+6b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2a-4b+c=-5 \\ -10a-4b+c=-29 \\ -2a+6b+c=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-\dfrac{1}{2} \\ c=-1. \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2+y^2-6x+y-1=0$.
Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 28. Đường tròn (C) đi qua $A(1;3)$, $B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d: 2x-y+7=0$ có phương trình là

Ⓐ $(x-7)^2+(y-7)^2=102$.
Ⓑ $(x+7)^2+(y+7)^2=164$.
Ⓒ $(x-3)^2+(y-5)^2=25$.
Ⓓ $(x+3)^2+(y+5)^2=25$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$, bán kính R có phương trình là: $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2(*)$.
$I \in d \Rightarrow I(a;2a+7)$.
$AI=\sqrt{(a-1)^2+(2a+4)^2}=\sqrt{5a^2+14a+17}$.
$BI=\sqrt{(a-3)^2+(2a+6)^2}=\sqrt{5a^2+18a+45}$.
Vì (C) đi qua $A(1;3)$, $B(3;1)$ nên

$$\begin{aligned} AI=BI &\Leftrightarrow AI^2=BI^2 \\ &\Leftrightarrow 5a^2+14a+17=5a^2+18a+45 \\ &\Leftrightarrow a=-7. \end{aligned}$$

Suy ra tâm $I(-7;-7)$, bán kính $R^2=AI^2=164$.
Vậy đường tròn (C) có phương trình: $(x+7)^2+(y+7)^2=164$.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 29. Phương trình chính tắc của elip đi qua điểm $A(0;-4)$ và có một tiêu điểm $F_2(3;0)$ là

Ⓐ $\dfrac{x^2}{10}+\dfrac{y^2}{8}=1$.
Ⓑ $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.
Ⓒ $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.
Ⓓ $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{25}=1$.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$.

Ta có $\begin{cases} \dfrac{16}{b^2}=1 \\ c=3 \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2=16 \\ c^2=9 \\ a^2=25. \end{cases}$

Vậy elip có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 30. Cần xếp 3 nam, 3 nữ vào 1 hàng có 6 ghế. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam nữ ngồi xen kẽ.

(A) 36. (B) 720. (C) 78. (D) 72.

Lời giải.

Có 6 cách chọn một người tuỳ ý ngồi vào chỗ thứ nhất. Tiếp đến, có 3 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 2. Lại có 2 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 3, có 2 cách chọn vào chỗ thứ 4, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 5, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 6.
Vậy có 72 cách.
Chọn đáp án (D) □

Câu 31. Có 4 cặp vợ chồng ngồi trên một dãy ghế dài. Có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho vợ và chồng của mỗi gia đình đều ngồi cạnh nhau.

(A) 384. (B) $8!$. (C) $4!\cdot 4!$. (D) 48.

Lời giải.

+ Nhóm mỗi cặp vợ chồng lại với nhau có $2!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 2!$ cách.
+ Sắp xếp 4 cặp vợ chồng lên một dãy ghế dài có $4!$ cách.
+ Theo quy tắc nhân, ta có $2!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 2!\cdot 4! = 384$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 32. Ở một Đoàn trường phổ thông có 5 thầy giáo, 4 cô giáo và 8 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn công tác gồm 7 người trong đó có 1 trưởng đoàn là thầy giáo, 1 phó đoàn là cô giáo và đoàn công tác phải có ít nhất 4 học sinh.

(A) 6020. (B) 10920. (C) 9800. (D) 10290.

Lời giải.

Trường hợp 1: Đoàn có 1 thầy giáo, 1 cô giáo và 5 học sinh có $5\cdot 4\cdot C_8^5 = 1120$ cách.
Trường hợp 2: Đoàn có 1 thầy giáo, 2 cô giáo và 4 học sinh có $5\cdot A_4^2\cdot C_8^4 = 4200$ cách.
Trường hợp 3: Đoàn có 2 thầy giáo, 1 cô giáo và 4 học sinh có $A_5^2\cdot 4\cdot C_8^4 = 5600$ cách.
Vậy theo quy tắc cộng có $1120+4200+5600 = 10920$ cách.
Chọn đáp án (B) □

Câu 33. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để số được chọn là một số chia hết cho 5 .

(A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{1}{12}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{4}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = A_6^3 = 120$.
Gọi A là biến cố: "Số chọn được là một số chia hết cho 5 ".
Số chia hết cho 5 được lập từ các chữ số trên có dạng $\overline{ab5}$.
Chọn 2 số a, b từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 6 là một chỉnh hợp chập 2 của 5 phần tử.
Số cách chọn là $n(A) = A_5^2 = 20$.
Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{20}{120} = \dfrac{1}{6}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 34. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

Ⓐ $\dfrac{13}{25}$. Ⓑ $\dfrac{12}{25}$. Ⓒ $\dfrac{1}{2}$. Ⓓ $\dfrac{313}{625}$.

Lời giải.

Số cách chọn hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên là $\mathrm{C}_{25}^2 = 300 \Rightarrow n(\Omega) = 300$.
Gọi A là biến cố "Tổng hai số được chọn là một số chẵn".
Ta có hai trường hợp
Trường hợp 1: Chọn 2 số chẵn khác nhau từ tập 12 số chẵn có $\mathrm{C}_{12}^2 = 66$ cách.
Trường hợp 2: Chọn 2 số lẻ khác nhau từ tập 13 số lẻ có $\mathrm{C}_{13}^2 = 78$ cách.
Do đó $n(A) = 66 + 78 = 144$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{144}{300} = \dfrac{12}{25}$.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 35. Một nhóm gồm 12 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 12 học sinh đó đi lao động. Xác suất để trong ba học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ là:

Ⓐ $\dfrac{15}{22}$. Ⓑ $\dfrac{7}{44}$. Ⓒ $\dfrac{35}{44}$. Ⓓ $\dfrac{37}{44}$.

Lời giải.

Số cách chọn ba học sinh bất kì là $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.
Số cách chọn ba học sinh nam là $C_7^3 = 35$.
Số cách chọn ra ba học sinh mà có ít nhất một học sinh nữ là $C_{12}^3 - C_7^3 = 185$.
Xác suất để chọn được ba học sinh có ít nhất một học sinh nữ là $P = \dfrac{185}{220} = \dfrac{37}{44}$.
Chọn đáp án Ⓓ □

B II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 36. Có 8 người cùng vào thang máy ở tầng 1 của một tòa nhà cao 10 tầng và đi lên trên. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để trong 8 người đó có đúng 2 người cùng ra ở 1 tầng và mỗi người còn lại ra ở mỗi tầng khác nhau.

Lời giải.

Chọn 2 người trong 8 người có: $C_8^2 = 28$ cách.
Chọn 1 tầng trong 9 tầng để cho 2 người đó cùng ra có: 9 cách.
Chọn 6 tầng trong 8 tầng còn lại cho 6 người còn lại có: $A_8^6 = 20160$ cách.
Vậy theo quy tắc nhân có: $28 \cdot 9 \cdot 20160 = 5080320$ cách. □

Câu 37. Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của Elip (E) có một tiêu điểm là $F_1(-2;0)$ và đi qua điểm $M(2;3)$.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của Elip có dạng: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, $(a > b > 0)$.
Vì Elip có một tiêu điểm là $F_1(-2;0)$ nên $c = 2$.
$\Rightarrow a^2 - b^2 = c^2 = 4 \Rightarrow a^2 = b^2 + 4$.

Mặt khác Elip đi qua điểm $M\left(2;3\right)$ nên $\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{9}{b^2}=1 \Leftrightarrow \dfrac{4}{b^2+4}+\dfrac{9}{b^2}=1 \Leftrightarrow \dfrac{4b^2+9b^2+36}{b^2\left(b^2+4\right)}=1$.

$\Leftrightarrow b^4-9b^2-36=0 \Leftrightarrow \begin{cases} b^2=12(n) \\ b^2=-3(l). \end{cases}$

$a^2=b^2+4=12+4=16$.

Vậy phương trình chính tắc của elip (E) cần tìm là: $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$. □

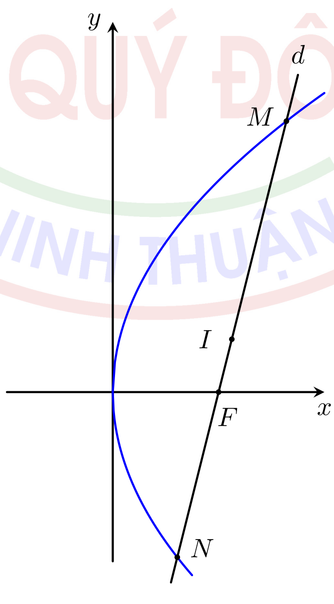
Câu 38. Gọi S là tập các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ tập $E=\{1;2;3;4;5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Xác xuất để số được chọn là một số chẵn bằng

Lời giải.

Gọi A là biến cố "số được chọn là một số chẵn".
Số các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau là $A_5^4=120$.
Số phần tử của không gian mẫu $n\left(\Omega\right)=C_{120}^1=120$.
Số các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số khác nhau $2A_4^3=48$.
Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A)=C_{48}^1=48$.
Vậy xác xuất để số được chọn là một số chẵn là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{48}{120}=\dfrac{2}{5}$. □

Câu 39. Trong mặt phẳng Oxy cho parabol $(P): y^2=8x$. Đường thẳng Δ không trùng với trục Ox đi qua tiêu điểm F của (P) sao cho góc hợp bởi hai tia Fx và Ft là tia của Δ nằm phía trên trục hoành một góc bằng $\alpha(\alpha \neq 90^\circ)$. Biết Δ cắt (P) tại hai điểm phân biệt M, N và tập hợp trung điểm I của đoạn MN khi α thay đổi là một Parabol. Xác định phương trình của Parabol.

Lời giải.



Theo giả thiết ta có $F(2;0)$, đường thẳng Δ có hệ số góc $k=\tan\alpha$.

Suy ra Δ: $y=(x-2)\tan\alpha$. Xét hệ phương trinh $\begin{cases} y=(x-2)\tan\alpha \\ y^2=8x. \end{cases}$

Suy ra $\tan\alpha\cdot y^2-8y-16\tan\alpha=0$.

$\Delta'=16+16\tan^2\alpha>0$ do đó phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt, hệ phương trình có hai nghiệm phân biệt điều này chứng tỏ rằng Δ cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Gọi tọa độ hai giao điểm đó là $M(x_M; y_M)$, $N(x_N; y_N)$, $I(x_I; y_I)$ là trung điểm của MN. Theo định lí Viet ta có

$$y_M + y_N = \frac{8}{\tan\alpha} > 0 \Rightarrow y_I = \frac{y_M + y_N}{2} = \frac{4}{\tan\alpha}.$$

Mặt khác ta có $y_M + y_N = (x_M + x_N - 4)\tan\alpha \Rightarrow x_I = \dfrac{x_M + x_N}{2} = \dfrac{4}{\tan^2\alpha} + 2$.

Suy ra $x_I = 4\left(\dfrac{y_I}{4}\right)^2 + 2$ hay $y_I^2 = 4x_I - 8$.

Vậy tập hợp điểm I là Parabol có phương trình $y = 4x - 8$. □

BÀI 2. ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CHK2 - K10 NĂM 2023

A I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho tam giác ABC với $A(-3;6)$; $B(9;-10)$ và $G\left(\frac{1}{3};0\right)$ là trọng tâm. Tọa độ điểm C là

(A) $C(5;-4)$. (B) $C(5;4)$. (C) $C(-5;4)$. (D) $C(-5;-4)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - (x_A + x_B) \\ y_C = 3y_G - (y_A + y_B) \end{cases} \Rightarrow C(-5;4)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 2. Chiều cao của một ngọn đồi là $\overline{h} = 347{,}13\,\text{m} \pm 0,2\,\text{m}$. Độ chính xác d của phép đo trên là

(A) $d = 347{,}13\,\text{m}$. (B) $d = 347{,}33\,\text{m}$. (C) $d = 0{,}2\,\text{m}$. (D) $d = 346{,}93\,\text{m}$.

Lời giải.

Ta có a là số gần đúng của $\overline{a}$ với độ chính xác d qui ước viết gọn là $\overline{a} = a \pm d$.
Vậy độ chính xác của phép đo là $d = 0,2\,\text{m}$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 3. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu: 27; 15; 18; 30; 19; 40; 100; 9; 46; 10; 200.

(A) 18. (B) 15. (C) 40. (D) 46.

Lời giải.

Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm 9; 10; 15; 18; 19; 27; 30; 40; 46; 100; 200.
Tứ phân vị thứ nhì là trung vị của dãy số liệu là $Q_2 = 27$.
Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của dãy số liệu 9; 10; 15; 18; 19.
Khi đó tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 15$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Số lượng ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là 4, 5, 6, 8, 9, 11, 13, 16, 16, 18, 20, 21, 25, 30, 31, 33, 36, 37, 40, 41.
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

(A) 20. (B) 22. (C) 24. (D) 26.

Lời giải.

Số liệu trên đã sắp xếp theo thứ tự không giảm.
Ta có $Q_1 = 10$; $Q_2 = 19$; $Q_3 = 32$.
Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là: $\Delta_Q = 32 - 10 = 22$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Chọn khẳng định đúng trong bốn phương án sau đây. Độ lệch chuẩn là

(A) Bình phương của phương sai.
(B) Một nửa của phương sai.
(C) Căn bậc hai của phương sai.
(D) Hiệu của số lớn nhất và số nhỏ nhất.

Lời giải.

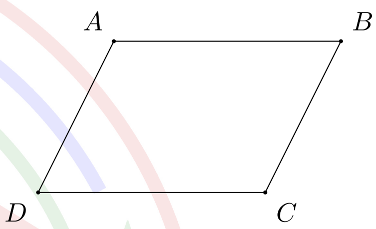
Độ lệch chuẩn là căn bậc hai của phương sai.

Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;1)$, $B(0;-3)$, $C(3;1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

(A) $D(5;5)$.
(B) $D(5;-2)$.
(C) $D(5;-4)$.
(D) $D(-1;-4)$.

Lời giải.



Gọi $D(x;y)$.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$.

Suy ra $\begin{cases} x-2=3 \\ y-1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5. \end{cases}$

Vậy $D(5;5)$.

.

Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Chỉ số IQ của một nhóm học sinh là

60	78	80	64	70	76	80	74	86	90

Các tứ phân vị của mẫu số liệu là

(A) $Q_1=70$; $Q_2=77$; $Q_3=80$.
(B) $Q_1=72$; $Q_2=78$; $Q_3=80$.
(C) $Q_1=70$; $Q_2=76$; $Q_3=80$.
(D) $Q_1=70$; $Q_2=75$; $Q_3=80$.

Lời giải.

Sắp xếp các giá trị này theo thứ tự không giảm

$$60;\ 64;\ 70;\ 74;\ 76;\ 78;\ 80;\ 80;\ 86;\ 90.$$

Vì $n=10$ là số chẵn nên Q_2 là số trung bình cộng của hai số đứng giữa.

$$Q_2=(76+78):2=77.$$

Ta tìm Q_1 là trung vị của nửa số liệu bên trái Q_2 60; 64; 70; 74; 76 và tìm được $Q_1=70$.

Ta tìm Q_3 là trung vị của nửa số liệu bên phải Q_2 78; 80; 80; 86; 90 và tìm được $Q_3=80$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 8. Nhiệt độ cao nhất của Hà Nội trong 7 ngày liên tiếp trong tháng tám được ghi lại là: 34; 34; 36; 35; 33; 31; 30 (Độ C). Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thuộc khoảng nào?

(A) $(1;2)$.
(B) $(3;4)$.
(C) $\left[2;\dfrac{7}{2}\right]$.
(D) $\left(0;\dfrac{3}{4}\right)$.

Lời giải.

Số trung bình cộng của mẫu số liệu là

$$\overline{x} = \frac{34 + 34 + 36 + 35 + 33 + 31 + 30}{7} \approx 33{,}29.$$

Phương sai của mẫu số liệu là $s^2 = \dfrac{\sum\limits_{i=1}^{7} (x_i - \overline{x})^2}{7} \approx 3{,}92.$
Độ lệch chuẩn cần tính là $s \approx \sqrt{3{,}92} \approx 1{,}98.$
Chọn đáp án (A) □

Câu 9. Cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -3 + t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. Một véc-tơ chỉ phương của d là

A $\overrightarrow{u} = (1; -4)$. **B** $\overrightarrow{u} = (4; 1)$. **C** $\overrightarrow{u} = (1; -3)$. **D** $\overrightarrow{u} = (-4; 1)$.

Lời giải.

Từ phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -3 + t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$, suy ra d có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u} = (-4; 1)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình tham số của đường thẳng qua $M\,(1; -2)$, $N\,(4; 3)$ là

A $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

B $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

C $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ 4 + 5t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

D $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.

Lời giải.

Đường thẳng có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{MN} = (3; 5)$ và đi qua $M(1; -2)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng $\Delta\colon x - 2y + 1 = 0$ và $\Delta\colon -3x + 6y - 10 = 0$.

A Cắt nhau và không vuông góc với nhau. **B** Trùng nhau.
C Vuông góc với nhau. **D** Song song với nhau.

Lời giải.

Tọa độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - 2y + 1 = 0 \\ -3x + 6y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 6y + 3 = 0 \\ 3x - 6y + 10 = 0. \end{cases}$$

Hệ phương trình trên vô nghiệm nên hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.

Chọn đáp án (D) □

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $M\left(3;-4\right)$ đến đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y-1=0$.

A. $\frac{8}{5}$. B. $\frac{24}{5}$. C. $\frac{12}{5}$. D. $-\frac{24}{5}$.

Lời giải.

Ta có: $\mathrm{d}\left(M,\Delta\right)=\dfrac{\left|3\cdot 3-4\cdot(-4)-1\right|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{24}{5}$.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2+y^2+2x-4y+9=0$. B. $x^2+y^2-6x+4y+13=0$.

C. $2x^2+2y^2-8x-4y-6=0$. D. $5x^2+4y^2+x-4y+1=0$.

Lời giải.

Một phương trình trở thành phương trình đường tròn khi $a^2+b^2-c>0$.
Phương trình $2x^2+2y^2-8x-4y-6=0\Leftrightarrow x^2+y^2-4x-2y-3=0$.
Có $a=2$, $b=1$, $c=-3\Rightarrow a^2+b^2-c=2^2+1^2+3=8>0$.
Chọn đáp án C □

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A\left(-3;2\right)$ và $B\left(1;4\right)$. Viết phương trình đường tròn đường kính AB.

A. $x^2+y^2+2x-6y+5=0$. B. $x^2+y^2-2x+6y+5=0$.

C. $x^2+y^2+2x-6y-5=0$. D. $x^2+y^2-2x+6y-5=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;2)\Rightarrow AB=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.
Gọi I là trung điểm của AB, suy ra $I\left(-1;3\right)$.
Phương trình đường tròn tâm I, bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{5}$ là

$$(x+1)^2+(y-3)^2=5\Leftrightarrow x^2+y^2+2x-6y+5=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 15. Tọa độ các tiêu điểm của hypebol $(H)\colon \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ là

A. $F_1=\left(-5;0\right);F_2=\left(5;0\right)$. B. $F_1=\left(0;-5\right);F_2=\left(0;5\right)$.

C. $F_1=\left(0;-\sqrt{7}\right);F_2=\left(0;\sqrt{7}\right)$. D. $F_1=\left(-\sqrt{7};0\right);F_2=\left(\sqrt{7};0\right)$.

Lời giải.

Gọi $F_1=(-c;0)$; $F_2=(c;0)$ là hai tiêu điểm của (H).
Từ phương trình $(H)\colon \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$.
Ta có $a^2=16$ và $b^2=9$ suy ra $c^2=a^2+b^2=25\Rightarrow c=5,(c>0)$.
Vậy tọa độ các tiêu điểm của (H) là $F_1=\left(-5;0\right);F_2=\left(5;0\right)$.
Chọn đáp án A □

Câu 16. Có 3 cuốn sách Toán khác nhau và 4 cuốn sách Vật lí khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một cuốn sách trong số các cuốn sách đó?

A. 12. B. 7. C. 3. D. 4.

Lời giải.

Chọn 1 cuốn sách trong 7 cuốn sách (3 cuốn sách Toán và 4 cuốn sách Vật lý) có 7 cách chọn.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Có bao nhiêu cách chọn một cặp đôi tham gia văn nghệ từ một nhóm gồm 7 bạn nam và 6 bạn nữ?

A. 13. B. 42. C. 8. D. 7.

Lời giải.

Số cách chọn một bạn nam và một bạn nữ là $7 \cdot 6 = 42$.

Chọn đáp án B □

Câu 18. Từ các số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 12. B. 64. C. 256. D. 24.

Lời giải.

Mỗi số lập được là một hoán vị của 4 số, nên lập được: $\mathrm{P}_4 = 4! = 24$ số.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$?

A. C_5^4. B. C_6^4. C. A_5^4. D. A_6^4.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ A là A_5^4.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 học sinh từ một tổ gồm 15 học sinh?

A. 32760. B. 50625. C. 60. D. 1365.

Lời giải.

Số cách chọn ra 4 học sinh từ một tổ gồm 15 học sinh là $\mathrm{C}_{15}^4 = 1365$.

Chọn đáp án D □

Câu 21. Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(3 - 2x)^5$?

A. 4. B. 5. C. 6. D. 2.

Lời giải.

Ta có trong khai triển nhị thức $(a + b)^n$ thì có $n + 1$ số hạng.

Vì vậy trong khai triển $(3 - 2x)^5$ có $5 + 1 = 6$ số hạng.

Chọn đáp án C □

Câu 22. Một lớp có 35 học sinh, trong đó có 5 học sinh tên Linh. Trong một lần kiểm tra bài cũ, thầy giáo gọi ngẫu nhiên một học sinh trong lớp lên bảng. Xác suất để học sinh tên Linh lên bảng bằng

Ⓐ $\frac{1}{175}$. Ⓑ $\frac{1}{7}$. Ⓒ $\frac{1}{35}$. Ⓓ $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Số cách chọn một bạn học sinh trong lớp là 35 cách.
Số cách chọn một bạn tên Linh trong 5 bạn là 5 cách.
Vậy xác suất để học sinh tên Linh lên bảng là $\frac{5}{35} = \frac{1}{7}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 23. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 4; 5; 8; 9\}$ lấy ngẫu nhiên một số. Xác suất để lấy được một số chẵn là

Ⓐ $\frac{1}{3}$. Ⓑ $\frac{1}{2}$. Ⓒ $\frac{2}{5}$. Ⓓ $\frac{1}{6}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 6$.
Biến cố số lấy được số chẵn là $A = \{2; 4; 8\}$ nên $n(A) = 3$.
Suy ra $\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 24. Để kiểm tra sản phẩm của một công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa nho và 3 hộp sữa dâu. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Xác suất để 3 hộp sữa được chọn đủ cả 3 loại là

Ⓐ $\frac{1}{5}$. Ⓑ $\frac{3}{7}$. Ⓒ $\frac{1}{6}$. Ⓓ $\frac{3}{11}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^3 = 220$.
Gọi A là biến cố "3 hộp sữa được chọn đủ cả 3 loại".
$n(A) = \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_3^1 = 60$.
$\Rightarrow \mathrm{P}(A) = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 25. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $M(3; -2)$ và song song với đường thẳng $(d)\colon 2x + y - 5 = 0$.

Ⓐ $x + 2y - 7 = 0$. Ⓑ $2x + y - 4 = 0$. Ⓒ $x + 2y - 5 = 0$. Ⓓ $2x + y - 6 = 0$.

Lời giải.

Vì đường thẳng song song với $(d)\colon 2x + y - 5 = 0$ nên VTPT $\vec{n} = \vec{n}_d = (2; 1)$.
Phương trình đường thẳng là $2(x - 3) + y + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 4 = 0$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 26. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1\colon 2x + y + 4 - m = 0$ và $d_2\colon (m + 3)x + y + 2m - 1 = 0$ song song?

Ⓐ $m = 1$. Ⓑ $m = -1$. Ⓒ $m = 2$. Ⓓ $m = 3$.

Lời giải.

Để hai đường thẳng d_1 song song với đường thẳng d_2 thì

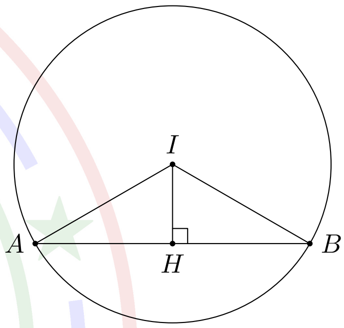
$$\frac{m+3}{2}=\frac{1}{1}\neq\frac{-m+4}{2m-1}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{m+3}{2}=1\\ \dfrac{-m+3}{2m-1}\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-1\\ m\neq -5\end{cases}\Leftrightarrow m=-1.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 27. Đường tròn (C) có tâm $I(-1\ 2)$ và cắt đường thẳng $d\colon 3x-y-15=0$ theo một dây cung có độ dài bằng 6. Tìm phương trình đường tròn (C).

(A) $(x-1)^2+(y+2)^2=49$.
(B) $(x+1)^2+(y-2)^2=49$.
(C) $(x-1)^2+(y+2)^2=7$.
(D) $(x+1)^2+(y-2)^2=7$.

Lời giải.



Gọi H là trung điểm dây $AB\Rightarrow AH=HB=\dfrac{AB}{2}=3$ và $IH\perp AB$.

Ta có $IH=\mathrm{d}(I;d)=\dfrac{|3\cdot(-1)-2-15|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=2\sqrt{10}$.

Xét $\triangle IAH$ vuông tại H nên ta có $AI^2=IH^2+AH^2=\left(2\sqrt{10}\right)^2+3^2=49$.

$\Rightarrow R^2=49$.

Phương trình đường tròn $(C)\colon (x+1)^2+(y-2)^2=49$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho đường tròn (S) có tâm I nằm trên đường thẳng $y=-x$, bán kính $R=3$ và tiếp xúc với các trục tọa độ. Lập phương trình của (S), biết hoành độ tâm I là số dương.

(A) $(x-3)^2+(y-3)^2=9$.
(B) $(x-3)^2+(y+3)^2=9$.
(C) $(x-3)^2-(y-3)^2=9$.
(D) $(x+3)^2+(y+3)^2=9$.

Lời giải.

Do tâm I nằm trên đường thẳng $y=-x\Rightarrow I(a;-a)$, điều kiện $a>0$.
Đường tròn (S) có bán kính $R=3$ và tiếp xúc với các trục tọa độ nên

$$\mathrm{d}(I;Ox)=\mathrm{d}(I;Oy)=3\Leftrightarrow |a|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=3\\ a=-3\quad\text{(loại)}\end{array}\right.\Rightarrow I(3;-3).$$

Vậy phương trình $(S)\colon (x-3)^2+(y+3)^2=9$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 29. Phương trình chính tắc của parabol (P) có tiêu điểm $F(5;0)$ là

(A) $y^2=20x$.
(B) $y^2=30x$.
(C) $y^2=15x$.
(D) $y^2=10x$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2=2px\ (p>0)$.
Vì (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$ nên $\dfrac{p}{2}=5$, tức là $p=10$.
Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2=20x$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 30. Một bạn có 4 áo xanh, 3 áo trắng và 5 quần màu đen. Hỏi bạn đó có bao nhiêu cách chọn một bộ quần áo để mặc?

A. 35. B. 66. C. 12. D. 60.

Lời giải.

Có 7 cách chọn một cái áo để mặc và có 5 cách chọn một cái quần để mặc.
Theo quy tắc nhân thì có $7 \cdot 5 = 35$ cách chọn một bộ quần áo để mặc.
Chọn đáp án A □

Câu 31. Số cách xếp 5 nam và 4 nữ thành một hàng ngang sao cho 4 nữ luôn đứng cạnh nhau là

A. 362880. B. 2880. C. 5760. D. 17280.

Lời giải.

Ghép 4 nữ thành 1 nhóm có 4! cách.
Hoán vị nhóm nữ trên với 5 nam có 6! cách.
Vậy có $4! \cdot 6! = 17280$ cách.

Chọn đáp án D □

Câu 32. Một nhóm có 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Nhóm muốn xếp theo hàng ngang để chụp ảnh kỉ niệm. Có bao nhiêu cách xếp để không có bạn nam nào đứng kề nhau?

A. $6!$. B. $3! \cdot 3!$. C. $3! \cdot \mathrm{A}_4^3$. D. $3! \cdot \mathrm{C}_4^3$.

Lời giải.

Xếp thứ tự 3 bạn nữ có 3! cách.

x	Nữ 1	x	Nữ 2	x	Nữ 3	x

Khi đó các bạn nam đứng ở các vị trí x.
Xếp thứ tự 3 bạn nam vào 4 vị trí x có A_4^3 cách.
Vậy có tất cả $3! \cdot \mathrm{A}_4^3$ cách.
Chọn đáp án C □

Câu 33. Từ hộp chứa 5 quả cầu trắng, 4 quả cầu xanh kích thước và khối lượng như nhau. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu. Tính xác suất để 3 quả cầu lấy được có màu trắng.

A. $\dfrac{5}{42}$. B. $\dfrac{5}{9}$. C. $\dfrac{1}{3}$. D. $\dfrac{1}{21}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{C}_9^3$.
Gọi A là biến cố "3 quả cầu lấy được có màu trắng", ta có $n(A) = \mathrm{C}_5^3$.
Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{C}_5^3}{\mathrm{C}_9^3} = \dfrac{5}{42}$.

Chọn đáp án A □

Câu 34. Một tổ học sinh có 7 nữ và 5 nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Xác suất để trong 3 học sinh được chọn có đúng 1 học sinh nam bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. B. $\dfrac{5}{12}$. C. $\dfrac{21}{44}$. D. $\dfrac{7}{22}$.

Lời giải.

Tổng số học sinh của tổ là $7+5=12$.
Số cách chọn 3 học sinh trong số 12 học sinh là: C_{12}^{3}.
Số cách chọn 3 học sinh trong đó có đúng 1 học sinh nam là: $\mathrm{C}_{5}^{1}\cdot\mathrm{C}_{7}^{2}$.
Xác suất để trong 3 học sinh được chọn có đúng 1 học sinh nam bằng

$$\frac{\mathrm{C}_{5}^{1}\cdot\mathrm{C}_{7}^{2}}{\mathrm{C}_{12}^{3}}=\frac{21}{44}.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 35. Một hộp đựng 12 cây viết được đánh số từ 1 đến 12. Chọn ngẫu nhiên 2 cây. Xác suất để chọn được 2 cây có tích hai số là số chẵn là

A $\frac{6}{11}$. **B** $\frac{17}{22}$. **C** $\frac{5}{22}$. **D** $\frac{5}{11}$.

Lời giải.

Ta có không gian mẫu $n(\Omega)=\mathrm{C}_{12}^{2}$.
Gọi A là biến cố "Chọn được hai cây có tích hai số là số chẵn". Trong 12 cây viết có 6 cây được đánh số chẵn, 6 cây được đánh số lẻ. Tích hai số là số chẵn nếu ít nhất có 1 cây mang số chẵn
$\Rightarrow n(A)=\mathrm{C}_{6}^{2}+\mathrm{C}_{6}^{1}C_{6}^{1}=51$.
$\Rightarrow \mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{17}{22}$.
Vậy xác suất để chọn được hai cây có tích hai số là số chẵn là $\dfrac{17}{22}$.

Chọn đáp án (B) □

B II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 36. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau và số đó chia hết cho 9.

Lời giải.

Gọi số có 5 chữ số đôi một khác nhau là $\overline{x}=\overline{abcde}\,(a\neq 0)$.
Các chữ số a; b; c; d; e được lập từ 2 trong 4 cặp $\{1;8\}$, $\{2;7\}$, $\{3;6\}$, $\{4;5\}$ và 1 trong 2 chữ số $0;9$.
Ta xét các trường hợp sau

- Trường hợp 1: Trong $\overline{x}$ có chứa số 9, không chứa số 0: có $5\cdot\mathrm{C}_{4}^{2}\cdot 4!$ số.
- Trường hợp 2: Trong $\overline{x}$ có chứa số 0, không chứa số 9: có $4\cdot\mathrm{C}_{4}^{2}\cdot 4!$ số.

Do đó số các số cần tìm là $5\cdot\mathrm{C}_{4}^{2}\cdot 4!+4\cdot\mathrm{C}_{4}^{2}\cdot 4!=1296$.

□

Bài 37. Trong mặt phẳng Oxy, cho Elip (E) đi qua điểm $M\left(2\sqrt{3};2\right)$ và M nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông. Viết phương trình chính tắc của (E) đã cho.

Lời giải.

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{MF_1}=\left(-c-2\sqrt{3};-2\right)\\ \overrightarrow{MF_2}=\left(c-2\sqrt{3};-2\right)\end{cases}$ với $F_1(-c;0)$ và $F_2(c;0)$.
Từ giả thiết, ta suy ra $\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0$.

$$\left(-c-2\sqrt{3}\right)\left(c-2\sqrt{3}\right)+4=0 \Leftrightarrow c^2=16.$$

Mà $M\left(2\sqrt{3};2\right)\in(E)$ nên $\dfrac{12}{a^2}+\dfrac{4}{b^2}=1$.

$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow \quad \frac{12}{b^2+16}+\frac{4}{b^2}=1\\&\Leftrightarrow \quad b^4=64\\&\Leftrightarrow \quad b^2=8\\&\Rightarrow \quad a^2=b^2+c^2=24.\end{aligned}$$

Vậy $S=a^2+b^2=32$.

□

Bài 38. Một cuộc họp có sự tham gia của 6 nhà Toán học trong đó có 4 nam và 2 nữ, 7 nhà Vật lý trong đó có 3 nam và 4 nữ và 8 nhà Hóa học trong đó có 4 nam và 4 nữ. Người ta muốn lập một ban thư kí gồm 4 nhà khoa học. Tính xác suất để ban thư kí được chọn phải có đủ cả 3 lĩnh vực và có cả nam lẫn nữ.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega)=\mathrm{C}_{21}^4=5985$.

a) Đặt A là biến cố chọn ra được 4 nhà khoa học có đầy đủ cả 3 lĩnh vực.
Khi đó:

- Số cách chọn 2 nhà Toán học, 1 nhà Vật lý, 1 nhà Hóa học là $\mathrm{C}_6^2\cdot\mathrm{C}_7^1\cdot\mathrm{C}_8^1=840$.
- Số cách chọn 1 nhà Toán học, 2 nhà Vật lý, 1 nhà Hóa học là $\mathrm{C}_6^1\cdot\mathrm{C}_7^2\cdot\mathrm{C}_8^1=1008$.
- Số cách chọn 1 nhà Toán học, 1 nhà Vật lý, 2 nhà Hóa học là $\mathrm{C}_6^1\cdot\mathrm{C}_7^1\cdot\mathrm{C}_8^2=1176$.

$\Rightarrow n(A)=840+1008+1176=3024$.

b) Đặt B là biến cố chọn ra 4 nhà khoa học đủ cả 3 lĩnh vực mà trong đó chỉ có nam hoặc chỉ có nữ. Khi đó:

- Số cách chọn chỉ có nam $\mathrm{C}_4^2\cdot\mathrm{C}_3^1\cdot\mathrm{C}_4^1+\mathrm{C}_4^1\cdot\mathrm{C}_3^2\cdot\mathrm{C}_4^1+\mathrm{C}_4^1\cdot\mathrm{C}_3^1\cdot\mathrm{C}_4^2=192$.
- Số cách chọn chỉ có nữ $\mathrm{C}_2^2\cdot\mathrm{C}_4^1\cdot\mathrm{C}_4^1+\mathrm{C}_2^1\cdot\mathrm{C}_4^2\cdot\mathrm{C}_4^1+\mathrm{C}_2^1\cdot\mathrm{C}_4^1\cdot\mathrm{C}_4^2=112$.

$\Rightarrow n(B)=192+112=304$.

Vậy số cách chọn ra được 4 nhà khoa học có đày đủ cả 3 lĩnh vực, trong đó có cả nam lã nữ là $3024-304=2720$.
Hay $n(A)=2720$.
Vậy $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{2720}{5985}=\dfrac{544}{1197}$.

□

Bài 39. Cho hypebol (H) có hai tiêu điểm F_1; F_2 nằm trên Ox và đối xứng qua gốc tọa độ O, (H) đi qua điểm M có hoành độ -5 và $MF_1=\dfrac{9}{4}$; $MF_2=\dfrac{41}{4}$. Viết phương trình chính tắc của hypebol (H).

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của đường hypebol (H) có dạng
$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, $a>0$, $b>0$ trong đó $F_1F_2=2c$ mà $c=\sqrt{a^2+b^2}$.
Ta có $|MF_1-MF_2|=8=2a \Rightarrow a=4$.
Gọi $M(-5;y_1)$; $F_1(-c;0)$; $F_2(c;0) \Rightarrow F_1M^2=(c-5)^2+y_1^2$; $F_2M^2=(c+5)^2+y_1^2$.
$\Rightarrow F_1M^2-F_2M^2=-20c=-100 \Rightarrow c=5 \Rightarrow b^2=9$.
Vậy $(H)\colon \frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$.

□

BÀI 3. ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CHK2 - K10 NĂM 2023

A I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, α là góc tạo bởi 2 véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a}\cdot\vec{b} = -|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|$. Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ $\alpha = 180°$. Ⓑ $\alpha = 0°$. Ⓒ $\alpha = 90°$. Ⓓ $\alpha = 45°$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos(\vec{a},\vec{b})$.

Mà theo giả thiết $\vec{a}\cdot\vec{b} = -|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|$, suy ra $\cos(\vec{a},\vec{b}) = -1 \Rightarrow (\vec{a},\vec{b}) = 180°$.

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 2. Do chiều dài của một cây thước, ta được kết quả $\overline{a} = 45 \pm 0{,}2$ (cm). Khi đó sai số tuyệt đối của phép đo được ước lượng là

Ⓐ $\Delta_{45} = 0{,}2$. Ⓑ $\Delta_{45} \le 0{,}2$. Ⓒ $\Delta_{45} \le -0{,}2$. Ⓓ $\Delta_{45} = -0{,}2$.

Lời giải.

Ta có độ dài dài gần đúng của cây thước là $a = 45$ với độ chính xác $d = 0{,}2$.
Nên sai số tuyệt đối $\Delta_{45} \le d = 0{,}2$.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 3. Điểm thi tuyển sinh vào lớp 10 ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh của một học sinh lần lượt là 8,0 ; 7,5; 8,2. Điểm thi trung bình ba môn thi của học sinh đó là

Ⓐ 8,0. Ⓑ 23,7. Ⓒ 7,7. Ⓓ 7,9.

Lời giải.

Ta có điểm trung bình ba môn thi của học sinh là $\dfrac{8{,}0 + 7{,}5 + 8{,}2}{3} = 7{,}9$.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 4. Mẫu số liệu sau cho biết cân nặng (đơn vị kg) của các học sinh tổ I lớp 10A

45 46 42 50 38 42 44 42 40 60

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là

Ⓐ 38. Ⓑ 20. Ⓒ 42. Ⓓ 22.

Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 60 - 38 = 22$.
Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 5. Cho mẫu số liệu $\{10, 8, 6, 2, 4\}$. Độ lệch chuẩn của mẫu gần bằng

Ⓐ 8. Ⓑ 2,8. Ⓒ 2,4. Ⓓ 6.

Lời giải.

Ta có

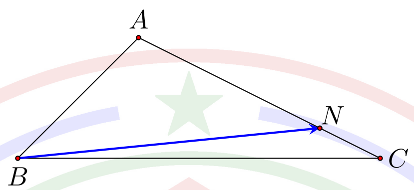
$$\overline{x}=\dfrac{10+8+6+2+4}{5}=6\Rightarrow s=\sqrt{\dfrac{(10-6)^2+(8-6)^2+(6-6)^2+(2-6)^2+(4-6)^2}{5}}=\sqrt{8}\approx 2{,}8.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 6. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC biết $A(1;1)$, $B(2;-4)$, $C(9;-3)$. Gọi N là điểm thuộc cạnh AC sao cho $AN=3CN$. Tính độ dài của véc-tơ $\overrightarrow{BN}$.

(A) $4\sqrt{29}$. (B) $\sqrt{29}$. (C) $2\sqrt{29}$. (D) $3\sqrt{29}$.

Lời giải.



Gọi $N(a;b)$.

Ta có $AN=3CN\Rightarrow\overrightarrow{AN}=3\overrightarrow{NC}\Leftrightarrow\begin{cases}3(x_C-x_N)=x_N-x_A\\3(y_C-y_N)=y_N-y_A\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=7\\b=-2\end{cases}\Rightarrow N(7;-2)$.

Vậy $\left|\overrightarrow{BN}\right|=\sqrt{29}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 7. Độ dài của cái cầu Bến Thủy 2 (Nghệ An) người ta đo được là 996 m $\pm 0{,}5$ m. Sai số tương đối tối đa trong phép đo là bao nhiêu?

(A) 0,05%. (B) 0,5%. (C) 0,04%. (D) 0,005%.

Lời giải.

Ta có độ dài gần đúng của cầu là $a=996$ với độ chính xác $d=0,5$.

Vì sai số tuyệt đối $\Delta_a\leq d=0{,}5$ nên sai số tương đối $\delta_a=\dfrac{\Delta_a}{|a|}\leq\dfrac{d}{|a|}=\dfrac{0{,}5}{996}\approx 0{,}05\%$.

Vậy sai số tương đối tối đa trong phép đo trên là 0,05%.

Chọn đáp án (A) □

Câu 8. Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau

12 3 6 15 27 33 31 18 29 54 1 8

(A) $Q_1=7$; $Q_2=17{,}5$; $Q_3=30$.
(B) $Q_1=7$; $Q_2=16{,}5$; $Q_3=30$.
(C) $Q_1=7$; $Q_2=16{,}5$; $Q_3=30{,}5$.
(D) $Q_1=7{,}5$; $Q_2=16{,}5$; $Q_3=30$.

Lời giải.

Mẫu số liệu trên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau:

1 3 6 8 12 15 18 27 29 31 33 54

Trung vị của mẫu số liệu trên là $\dfrac{15+18}{2}=16{,}5$.

Trung vị của dãy 1 3 6 8 12 15 là $\dfrac{6+8}{2}=7$.

Trung vị của dãy 18 27 29 31 33 54 là $\dfrac{29+31}{2} = 30$.

Vậy $Q_1 = 7$; $Q_2 = 16{,}5$; $Q_3 = 30$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 9. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $A(-2;1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;3)$ là

(A) $2x+3y-5=0$. (B) $3x-2y+1=0$. (C) $2x+3y+1=0$. (D) $3x-2y+8=0$.

Lời giải.

Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $A(-2;1)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;3)$ có dạng là $2\cdot(x+2)+3\cdot(y-1)=0 \Leftrightarrow 2x+3y+1=0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2;1)$ và $B(2;4)$ là

(A) $3x+4y-10=0$. (B) $3x-4y+10=0$.

(C) $4x+3y+5=0$. (D) $4x-3y+5=0$.

Lời giải.

Đường thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB} = (4;3)$ làm véc-tơ chỉ phương, do đó một véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng AB là $\vec{n} = (3;-4)$.

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng AB là $3\cdot(x+2)-4\cdot(y-1)=0 \Leftrightarrow 3x-4y+10=0$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 11. Tính góc giữa hai đường thẳng $a\colon \sqrt{3}x - y + 7 = 0$ và $b\colon x-\sqrt{3}y-1=0$.

(A) 30°. (B) 90°. (C) 60°. (D) 45°.

Lời giải.

Đường thẳng a có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = \left(\sqrt{3};-1\right)$.

Đường thẳng b có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = \left(1;-\sqrt{3}\right)$.

Áp dụng công thức tính góc giữa hai đường thẳng có

$$\cos(a,b) = \frac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|} = \frac{\left|1\cdot\sqrt{3}+(-1)\cdot(-\sqrt{3})\right|}{2\cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra góc giữa hai đường thẳng bằng 30°.

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Khoảng cách từ điểm $M(3;-1)$ đến đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=-2+t \\ y = 1+2t \end{cases}$ nằm trong khoảng nào sau đây?

(A) $(1;3)$. (B) $(3;5)$. (C) $(7;9)$. (D) $(5;7)$.

Lời giải.

Phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $2x-y+5=0$.

Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ là $\dfrac{|2\cdot 3-(-1)+5|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \dfrac{12\sqrt{5}}{5} \approx 5{,}4$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy cho đường tròn $(C)\colon (x-2)^2+(y+4)^2=16$. Đường tròn (C) có toạ độ tâm I và bán kính R bằng

(A) $I(2;-4); R=4$. (B) $I(2;-4); R=16$. (C) $I(-2;4); R=4$. (D) $I(-2;4); R=16$.

Lời giải.

Đường tròn $(C)\colon (x-2)^2+(y+4)^2=16$.
Do đó đường tròn (C) có toạ độ tâm $I(2;-4)$ và bán kính $R=\sqrt{16}=4$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 14. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, phương trình đường tròn có tâm $I(3;1)$ và đi qua điểm $M(2;-1)$ là

(A) $(x+3)^2+(y+1)^2=\sqrt{5}$. (B) $(x-3)^2+(y-1)^2=\sqrt{5}$.
(C) $(x-3)^2+(y-1)^2=5$. (D) $(x+3)^2+(y+1)^2=5$.

Lời giải.

Vì đường tròn có tâm $I(3;1)$ và đi qua điểm $M(2;-1)$ nên bán kính của đường tròn là $R=MI=\sqrt{(3-2)^2+(1+1)^2}=\sqrt{5}$.
Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $(x-3)^2+(y-1)^2=5$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 15. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của đường parabol?

(A) $y^2=-6x$. (B) $y^2=6x$. (C) $x^2=-6y$. (D) $x^2=6y$.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của parabol có dạng $y^2=2px$ $(p>0)$ nên chỉ có trường hợp $y^2=6x$ là phương trình chính tắc của đường parabol.
Chọn đáp án (B) □

Câu 16. Trường THPT A, khối 12 có 11 lớp, khối 11 có 10 lớp và khối 10 có 12 lớp. Thầy Tổ trưởng tổ Toán muốn chọn một lớp để dự giờ. Hỏi có tất cả bao nhiêu cách chọn?

(A) 3. (B) 33. (C) 11. (D) 10.

Lời giải.

TH1: Chọn 1 lớp trong 11 lớp của khối 12 có 11 cách.
TH2: Chọn 1 lớp trong 10 lớp của khối 11 có 10 cách.
TH3: Chọn 1 lớp trong 12 lớp của khối 10 có 12 cách.
Theo quy tắc cộng ta được: $11+10+12=33$ cách.
Chọn đáp án (B) □

Câu 17. Trong tủ quần áo của bạn Ngọc có 10 cái áo sơ mi đôi một khác nhau và 5 cái chân váy với hoa văn khác nhau. Bạn Ngọc muốn chọn ra một bộ quần áo để đi dự tiệc sinh nhật. Hỏi bạn Ngọc có bao nhiêu cách chọn?

(A) 10. (B) 50. (C) 5. (D) 15.

Lời giải.

Chọn 1 cái áo sơ mi trong 10 cái áo sơ mi có 10 cách.
Chọn 1 cái chân váy trong 5 cái chân váy có 5 cách.
Theo quy tắc nhân có $10\cdot 5=50$ cách.
Chọn đáp án (B) □

Câu 18. Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 4 bạn học sinh vào dãy có 4 ghế?

A. 4 cách. B. 8 cách. C. 12 cách. D. 24 cách.

Lời giải.

Xếp chỗ ngồi cho 4 học sinh vào dãy có 4 ghế có $4! = 24$ cách xếp.
Chọn đáp án D □

Câu 19. Trong một lớp học có 20 học sinh nữ và 15 học sinh nam. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn ba học sinh làm ba nhiệm vụ lớp trưởng, lớp phó và bí thư?

A. C_{35}^3. B. $35!$. C. A_3^{35}. D. A_{35}^3.

Lời giải.

Số cách chọn 3 học sinh làm lớp trưởng, lớp phó và bí thư là $\mathrm{A}_{35}^3 = 39270$.
Chọn đáp án D □

Câu 20. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Số tập con gồm 2 phần tử của A là

A. 10. B. 8. C. 16. D. 20.

Lời giải.

Tập hợp A gồm có 5 phần tử.
Số tập con có 2 phần tử của tập A là $\mathrm{C}_5^2 = 10$.
Chọn đáp án A □

Câu 21. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x - 3)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.

Lời giải.

Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x - 3)^4$ có $4 + 1 = 5$ số hạng.
Chọn đáp án C □

Câu 22. Có 2020 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 2020. Xét phép thử lấy ngẫu nhiên 5 tấm thẻ trong số 2020 tấm thẻ đã cho. Tính số phần tử của không gian mẫu.

A. $n(\Omega) = \mathrm{C}_{2020}^5$. B. $n(\Omega) = \mathrm{A}_{2020}^5$. C. $n(\Omega) = \mathrm{C}_{2020}^1$. D. $n(\Omega) = \mathrm{A}_{2020}^1$.

Lời giải.

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 tấm thẻ là C_{2020}^5.
Chọn đáp án A □

Câu 23. Một tổ học sinh gồm có 5 học sinh nữ và 7 học sinh nam, chọn ngẫu nhiên 2 học sinh. Tính xác suất để 2 học sinh được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ.

A. $\dfrac{1}{3}$. B. $\dfrac{1}{6}$. C. $\dfrac{35}{66}$. D. $\dfrac{3}{55}$.

Lời giải.

Tổng số học sinh là $5 + 7 = 12$.
Gọi A là biến cố "Trong hai học sinh được chọn, có cả học sinh nam và học sinh nữ".
Ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^2$, $n(A) = \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_7^1$.
Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_7^1}{\mathrm{C}_{12}^2} = \dfrac{35}{66}$.
Chọn đáp án C □

Câu 24. Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

(A) $\dfrac{24}{91}$. (B) $\dfrac{12}{91}$. (C) $\dfrac{2}{91}$. (D) $\dfrac{1}{12}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^3 = 455$.
Gọi biến cố A "Lấy được 3 quả cầu màu xanh" .
Ta có $n(A) = \mathrm{C}_5^3 = 10$.
Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{10}{455} = \dfrac{2}{91}$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 25. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;-2)$ và song song đường thẳng (d) có phương trình $2x-3y-7=0$ là

(A) $2x-3y-8=0$. (B) $2x-3y+8=0$. (C) $x-2y+8=0$. (D) $3x-2y-7=0$.

Lời giải.

Theo yêu cầu đề bài, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;-2)$ và nhận véc-tơ $\vec{n} = (2;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.
Ta có phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là $2\cdot(x-1)-3\cdot(y+2)=0 \Leftrightarrow 2x-3y-8=0$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 26. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1\colon 3x+4y+10=0$ và $d_2\colon (2m-1)x+m^2y+10=0$ trùng nhau?

(A) $m=\pm 2$. (B) $m=\pm 1$. (C) $m=2$. (D) $m=-2$.

Lời giải.

Để d_1 trùng với d_2 thì

$$\frac{2m-1}{3} = \frac{m^2}{4} = \frac{10}{10} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1=3 \\ m^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn đi qua ba điểm $A(11;8)$, $B(13;8)$, $C(14;7)$ có phương trình là

(A) $x^2+y^2+24x-12y+175=0$. (B) $x^2+y^2-24x+12y+175=0$.
(C) $x^2+y^2-24x-12y+175=0$. (D) $x^2+y^2+24x+12y+175=0$.

Lời giải.

Gọi phương trình đường tròn cần tìm có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ $(a^2+b^2-c>0)$.
Đường tròn đi qua 3 điểm $A(11;8)$, $B(13;8)$, $C(14;7)$ nên ta có

$$\begin{cases} 121+64-22a-16b+c=0 \\ 169+64-26a-16b+c=0 \\ 196+49-28a-14b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=12 \\ b=6 \\ c=175. \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2+y^2-24x-12y+175=0$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 28. Cho đường tròn $(C)\colon x^2+y^2-2x-4y-4=0$ và điểm $A(1;5)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A?

A. $y-5=0$. B. $y+5=0$. C. $x+y-5=0$. D. $x-y-5=0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2) \Rightarrow \overrightarrow{IA}=(0;3)$.
Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm A, khi đó d đi qua A và nhận véc-tơ $\overrightarrow{IA}$ là một véc-tơ pháp tuyến.
Chọn một véc-tơ pháp tuyến của d là $\vec{n}_d=(0;1)$.
Vậy phương trình đường thẳng d là $y-5=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 29. Cho của hypebol $(H)\colon \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{5}=1$. Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?

A. 8. B. 16. C. 4. D. 5.

Lời giải.

Gọi F_1 và F_2 là hai tiêu điểm của $(H)\colon \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0, b>0)$.
Điểm $M\in(H) \Leftrightarrow |MF_1-MF_2|=2a$.
Từ phương trình $(H)\colon \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{5}=1$ suy ra $a^2=16 \Rightarrow a=4$ $(a>0)$.
Vậy hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm M nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối là $|MF_1-MF_2|=2a=8$.
Chọn đáp án A □

Câu 30. Tổ 1 của lớp 10A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một cặp nam nữ từ tổ 1?

A. 11. B. 30. C. 6. D. 5.

Lời giải.

Số cách chọn ra một học sinh nam là 6 cách chọn.
Số cách chọn ra một học sinh nữ là 5 cách chọn.
Do đó theo quy tắc nhân thì chọn ra 1 cặp nam nữ sẽ có $5\cdot 6=30$ cách chọn.
Chọn đáp án B □

Câu 31. Có 4 học sinh nam, 3 học sinh nữ và 2 thầy giáo xếp thành một hàng dọc tham gia một cuộc thi. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng sao cho nhóm 3 học sinh nữ luôn đứng cạnh nhau và nhóm hai thầy giáo cũng đứng cạnh nhau?

A. 362880. B. 14400. C. 8640. D. 288.

Lời giải.

Xếp nhóm A gồm 3 học sinh nữ đứng cạnh nhau có $3!=6$ cách.
Xếp nhóm B gồm 2 thầy giáo đứng cạnh nhau có $2!=2$ cách.
Xếp nhóm A, nhóm B chung với 4 học sinh nam còn lại có $6!=720$ cách.
Vậy theo quy tắc nhân có $6\cdot 2\cdot 720=8640$. cách.
Chọn đáp án C □

Câu 32. Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 2021?

Ⓐ 214. Ⓑ 215. Ⓒ 216. Ⓓ 217.

Lời giải.

Giả sử số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán có dạng $\overline{abcd}$.

TH1: $a = 1$, ta chọn b, c, d bằng cách lấy 3 chữ số trong 7 chữ số còn lại nên có $\mathrm{A}_7^3 = 210$ số.

TH2: $a = 2$, khi đó $b = 0$ và $c = 1$ và chọn $d \in \{3; 4; 5; 6; 7\}$ nên d có 5 cách chọn, suy ra có 5 số thỏa mãn trường hợp này.

Vậy có $210 + 5 = 215$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 33. Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc sắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố "Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc sắc bằng 1" .

Ⓐ $\dfrac{2}{9}$. Ⓑ $\dfrac{1}{9}$. Ⓒ $\dfrac{5}{18}$. Ⓓ $\dfrac{5}{6}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có $A = \{(1; 2), (2; 1), (3; 2), (2; 3), (3; 4), (4; 3), (4; 5), (5; 4), (5; 6), (6; 5)\}$ nên $n(A) = 10$.

Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{10}{36} = \dfrac{5}{18}$.

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 34. Từ một đội văn nghệ có 5 nam và 8 nữ, cần lập một nhóm 4 người hát tốp ca một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nam bằng

Ⓐ $\dfrac{70}{143}$. Ⓑ $\dfrac{73}{143}$. Ⓒ $\dfrac{16}{143}$. Ⓓ $\dfrac{17}{143}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{13}^4$.

Số cách chọn ra 4 người từ đội văn nghệ sao cho có ít nhất 3 nam là $\mathrm{C}_5^3 \cdot \mathrm{C}_8^1 + \mathrm{C}_5^4$.

Xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nam bằng $\dfrac{\mathrm{C}_5^3 \cdot \mathrm{C}_8^1 + \mathrm{C}_5^4}{\mathrm{C}_{13}^4} = \dfrac{17}{143}$.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 35. Từ một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng, người ta lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Tính xác suất để trong 3 quả cầu được lấy có ít nhất 2 quả xanh.

Ⓐ $\dfrac{7}{44}$. Ⓑ $\dfrac{7}{11}$. Ⓒ $\dfrac{4}{11}$. Ⓓ $\dfrac{21}{220}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố "3 quả cầu được lấy có ít nhất 2 quả xanh".

Xét 2 trường hợp sau:

- Trường hợp 1: Chọn 2 quả cầu xanh, 1 quả cầu vàng có $\mathrm{C}_7^2 \cdot \mathrm{C}_5^1 = 105$ cách.
- Trường hợp 2: Chọn 3 quả cầu xanh có $\mathrm{C}_7^3 = 35$ cách.
  Suy ra $n(A) = 105 + 35 = 140$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{140}{220} = \dfrac{7}{11}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

B II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Cho đa giác đều (H) có 48 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác vuông có đỉnh là đỉnh của (H)?

Lời giải.

Đa giác đều (H) có 48 đỉnh nên có 24 đường chéo đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều (H).
Một tam giác vuông có đỉnh là đỉnh của (H) thì phải có cạnh huyền là đường chéo đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều (H).
Với một đường chéo như vậy của đa giác đều (H) sẽ tạo ra 46 tam giác vuông.
Vậy số tam giác vuông có đỉnh là đỉnh của (H) là $24 \cdot 46 = 1104$ tam giác vuông.

□

Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(8;2)$. Viết phương trình đường thẳng d qua M và d cắt tia Ox, Oy lần lượt tại $A(a;0)$, $B(0;b)$ sao cho tam giác ABO có diện tích nhỏ nhất.

Lời giải.

Ta có phương trình đường thẳng d có dạng $\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$.

Do d đi qua $M(8;2)$ nên ta có $\dfrac{8}{a} + \dfrac{2}{b} = 1$.

Mặt khác diện tích của tam giác vuông ABO là $S_{\triangle ABO} = \dfrac{1}{2}ab$.

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có

$$1 = \frac{8}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{8}{a} \cdot \frac{2}{b}} \Leftrightarrow 1 \geq 2\sqrt{\frac{16}{ab}} \Leftrightarrow 1 \geq 2\frac{4}{\sqrt{ab}} \Leftrightarrow \sqrt{ab} \geq 8.$$

Suy ra $S_{\triangle ABO} = \dfrac{1}{2}ab \geq 32$.
Ta có diện tích của tam giác vuông ABO nhỏ nhất bằng 32 khi a, b thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} \dfrac{8}{a} = \dfrac{2}{b} \\ \dfrac{8}{a} + \dfrac{2}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4b \\ \dfrac{8}{a} + \dfrac{2}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4b \\ \dfrac{8}{4b} + \dfrac{2}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4b \\ b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 4. \end{cases}$$

Vậy $a + b = 20$.

□

Bài 3. Mật khẩu mở điện thoại của bác Bình là một số tự nhiên lẻ gồm 6 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 600.000. Bạn An được bác Bình cho biết thông tin ấy nhưng không cho biết mật khẩu chính xác là số nào nên quyết định thử bấm ngẫu nhiên một số tự nhiên lẻ gồm 6 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 600.000. Tính xác suất để bạn An nhập một lần duy nhất mà đúng mật khẩu để mở được điện thoại của bác Bình.

Lời giải.

Đặt $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.
Gọi số tự nhiên lẻ có 6 chữ số là $x = \overline{abcdef}$ với a, b, c, d, e, f thuộc A, $a \neq 0$ và $f \in B = \{1;3;5;7;9\}$.
Vì $x < 600.000$ nên $a \in \{1;2;3;4;5\}$.

- **Trường hợp 1**: $a \in \{1;3;;5\} \Rightarrow a$ có 3 cách chọn.
$f \neq a$ và $f \in B \Rightarrow f$ có 4 cách chọn.
Mỗi bộ $\overline{bcde}$ là một chỉnh hợp chập 4 của 8 phần tử còn lại thuộc tập $A \Rightarrow$ có A_8^4 cách chọn.
Trường hợp này có $3 \cdot 4 \cdot \mathrm{A}_8^4 = 20160$ số.

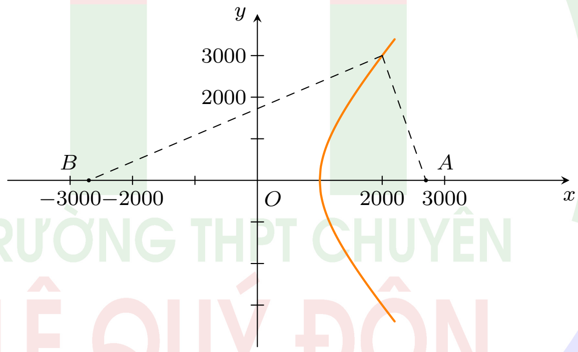
- **Trường hợp 2**: $a \in \{2;4\} \Rightarrow a$ có 2 cách chọn.
$f \in B \Rightarrow f$ có 5 cách chọn.
Mỗi bộ $\overline{bcde}$ là một chỉnh hợp chập 4 của 8 phần tử còn lại của tập $A \Rightarrow$ có A_8^4 cách chọn.
Trường hợp này có $2 \cdot 5 \cdot \mathrm{A}_8^4 = 16800$ số.

Vậy có tất cả $20160 + 16800 = 36960$ số tự nhiên lẻ có 6 chữ số.
Gọi C là biến cố bạn An nhập một lần theo gợi ý của bác Bình mà đúng mật khẩu mở điện thoại.
Ta có $|\Omega| = 36960$; $|\Omega_C| = 1$.
Vậy $\mathrm{P}(C) = \dfrac{|\Omega_C|}{|\Omega|} = \dfrac{1}{36960}$. □

Bài 4. Hai thiết bị A và B dùng để ghi âm một vụ nổ đặt cách nhau 1 dặm, thiết bị A ghi được âm thanh trước thiết bị B là 2 giây, biết vận tốc âm thanh là 1100 feet/s. Tìm các vị trí mà vụ nổ có thể xảy ra.

Lời giải.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy mà Ox đi qua A và B, Oy là đường trung trực của AB.



Kí hiệu d_1 là quãng đường âm thanh đi được từ vụ nổ đến thiết bị A, $d_2$là quãng đường âm thanh đi được từ vụ nổ đến thiết bị B, d_1 và d_2 tính theo feet.
Khi đó, do thiết bị A nhận âm thanh nhanh hơn thiết bị B là 2 giây nên ta có phương trình $d_2 - d_1 = 2200$. (1)
Các điểm thỏa mãn (1) nằm trên một nhánh của Hypebol có phương trình $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.
Ta có $c = \dfrac{5280}{2} = 2640$, $a = \dfrac{2200}{2} = 1100, b^2 = c^2 - a^2 = 5759600$.
Vậy vụ nổ nằm trên một nhánh của Hypebol có phương trình $\dfrac{x^2}{1210000} - \dfrac{y^2}{5759600} = 1$. □

BÀI 4. ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CHK2 - K10 NĂM 2023

A I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = (-5;\, 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Tìm giá trị của x để hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

(A) 4. (B) -1. (C) 0. (D) -5.

Lời giải.

$\vec{a} = (-5;\, 0)$, $\vec{b} = (4; x)$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k\colon \vec{a} = k \cdot \vec{b} \Rightarrow x = 0$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 2. Cho hình chữ nhật có chiều dài bằng $\dfrac{10}{3}$, chiều rộng bằng 3. Để tính diện tích hình chữ nhật bạn Giang lấy số gần đúng của $\dfrac{10}{3}$ là 3,33. Hỏi sai số tuyệt đối của hình chữ nhật theo cách tính của bạn Giang là bao nhiêu?

(A) 0,1. (B) 0,01. (C) 1,11. (D) 0,11.

Lời giải.

Diện tích hình chữ nhật đã cho $S = \dfrac{10}{3} \cdot 3 = 10$.

Diện tích hình chữ nhật khi bạn Giang tính $S_1 = 3{,}33 \cdot 3 = 9{,}99$.

Sai số tuyệt đối khi bạn Giang tính là $10 - 9{,}99 = 0{,}01$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Cho dãy số liệu $1;\ 2;\ 5;\ 7;\ 8;\ 9;\ 10$. Số trung vị của dãy trên bằng bao nhiêu?

(A) 2. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

Lời giải.

Số trung vị của dãy trên là số đứng chính giữa xếp theo thứ tự không giảm. Vậy số trung vị của dãy là 7.

Chọn đáp án (C) □

Câu 4. Một cửa hàng bán áo sơ mi thống kê số lượng áo bán ra trong tháng 6 như bảng sau

Cỡ áo	37	38	39	40	41	42
Số lượng	35	42	50	38	32	48

Mốt của bảng số liệu trên bằng?

(A) 42. (B) 39. (C) 50. (D) 41.

Lời giải.

Mốt của bảng trên là số lượng áo bán ra nhiều nhất của cỡ áo.

Vậy mốt bằng 39.

Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Cho dãy số liệu 1; 3; 4; 6; 8; 9; 11. Phương sai của dãy trên bằng bao nhiêu?

Ⓐ $\dfrac{76}{7}$. Ⓑ 6. Ⓒ $\sqrt{\dfrac{76}{7}}$. Ⓓ 36.

Lời giải.

Số trung bình cộng của dãy số liệu trên là

$$\overline{x} = \frac{1+3+4+6+8+9+11}{7} = 6.$$

Phương sai của dãy số liệu trên bằng

$$s^2 = \frac{(1-6)^2+(3-6)^2+(4-6)^2+(6-6)^2+(8-6)^2+(9-6)^2+(11-6)^2}{7} = \frac{76}{7}.$$

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 6. Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 2$, $\left|\vec{b}\right| = \sqrt{3}$ và $\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = 30^\circ$. Tính $\left|\vec{a}+\vec{b}\right|$.

Ⓐ $\sqrt{11}$. Ⓑ $\sqrt{13}$. Ⓒ $\sqrt{12}$. Ⓓ $\sqrt{14}$.

Lời giải.

Ta có: $\left(\left|\vec{a}+\vec{b}\right|\right)^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}|^2 + \left|\vec{b}\right|^2 + 2|\vec{a}|\cdot\left|\vec{b}\right|\cdot\cos\left(\vec{a}, \vec{b}\right)$

$\Rightarrow \left(\left|\vec{a}+\vec{b}\right|\right)^2 = 4+3+2\cdot 2\cdot\sqrt{3}\cdot\cos 30^\circ = 13 \Rightarrow \left|\vec{a}+\vec{b}\right| = \sqrt{13}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 7. Biết rằng số trung vị trong mẫu số liệu sau (đã sắp xếp theo thứ tự) bằng 14. Tìm số nguyên dương x.

1	3	4	13	x^2-1	18	19	21

.

Ⓐ $x = 4$. Ⓑ $x = 16$. Ⓒ $x = 17$. Ⓓ $x = 15$.

Lời giải.

Số trung vị trong mẫu số liệu trên là $\dfrac{x^2-1+13}{2} = \dfrac{x^2+12}{2}$

Từ giả thiết suy ra $\dfrac{x^2+12}{2} = 14 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 4 & \text{(thoả mãn)} \\ x = -4 & \text{(loại)}. \end{array}\right.$

Vậy $x = 4$.

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 8. Mẫu số liệu cho biết lượng điện tiêu thụ (đơn vị kw) hàng tháng của gia đình bạn An trong năm 2021 như sau:

163	165	159	172	167	168	170	161	164	174	170	166

Trong năm 2022 nhà bạn An giảm mức tiêu thụ điện mỗi tháng là 10 kw. Gọi Δ_Q; Δ'_Q lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu tiêu thụ điện năm 2021 năm 2022. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

(A) $\Delta_Q = \Delta'_Q$. (B) $\Delta'_Q = \Delta_Q - 10$. (C) $\Delta_Q = \Delta'_Q - 10$. (D) $\Delta'_Q = \Delta_Q - 20$.

Lời giải.

- Sắp xếp mẫu số liệu năm 2021 theo thứ tự không giảm

$$159 \quad 161 \quad 163 \quad 164 \quad 165 \quad 166 \quad 167 \quad 168 \quad 170 \quad 170 \quad 172 \quad 174$$

Mẫu số liệu gồm 12 giá trị nên số trung vị là $Q_2 = (166 + 167) : 2 = 166{,}5$.
Nửa số liệu bên trái là 159; 161; 163; 164; 165; 166 gồm 6 giá trị.
Khi đó $Q_1 = (163 + 164) : 2 = 163{,}5$.
Nửa số liệu bên phải là 167; 168; 170; 170; 172; 174 gồm 6 giá trị
Khi đó $Q_3 = 170$.
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 170 - 163{,}5 = 6{,}5$.

- Sắp xếp mẫu số liệu năm 2022 theo thứ tự không giảm:
149 151 153 154 155 156 157 158 160 160 162 164
Mẫu số liệu gồm 12 giá trị nên số trung vị là $Q_2 = (156 + 157) : 2 = 156{,}5$.
Nửa số liệu bên trái là 149; 151; 153; 154; 155; 156 gồm 6 giá trị
Khi đó $Q_1 = (153 + 154) : 2 = 153{,}5$.
Nửa số liệu bên phải là 157; 158; 160; 160; 162; 164 gồm 6 giá trị
Khi đó $Q_3 = 160$.
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $\Delta'_Q = Q_3 - Q_1 = 160 - 153{,}5 = 6{,}5$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 9. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;-2)$

(A) $3x - 2y - 3 = 0$. (B) $3x - 2y + 3 = 0$. (C) $3x - 2y - 7 = 0$. (D) $3x - 2y + 7 = 0$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng cần tìm $3(x-1) + 2(y-3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 9 = 0$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 10. Đường thẳng d đi qua $A(0;-2)$, $B(3;0)$ có phương trình theo đoạn chắn là

(A) $\dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{3} = 1$. (B) $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{-2} = 1$. (C) $\dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{3} = 0$. (D) $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{-2} = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua $A(0;-2)$, $B(3;0)$ có phương trình theo đoạn chắn là $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{-2} = 1$

Chọn đáp án (B) □

Câu 11. Khoảng cách từ điểm $A(1;1)$ đến đường thẳng $5x - 12y - 6 = 0$ là

(A) 13. (B) -13. (C) -1. (D) 1.

Lời giải.

Khoảng cách từ điểm $A(1;1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x-12y-6 = 0$ là $\mathrm{d}(A,\Delta) = \dfrac{|5\cdot 1 - 12\cdot 1 - 6|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} =$
1.
Chọn đáp án (D) □

Câu 12. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon 3x+y-6=0$ và đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=-t \\ y=5-2t \end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng d và Δ bằng

A. 30°.
B. 135°.
C. 45°.
D. 90°.

Lời giải.

Đường thẳng d có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_d=(3;1)$.

Đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases} x=-t \\ y=5-2t \end{cases} \Rightarrow \Delta\colon 2x-y+5=0$. Suy ra đường thẳng Δ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\Delta=(2;-1)$.

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng d và Δ.

Ta có $\cos\alpha=\dfrac{|\vec{n}_d\cdot\vec{n}_\Delta|}{|\vec{n}_d|\cdot|\vec{n}_\Delta|}=\dfrac{|3\cdot 2+1\cdot(-1)|}{\sqrt{3^2+1^2}\cdot\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\alpha=45^\circ$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng d và Δ bằng 45°.

Chọn đáp án C □

Câu 13. Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+5)^2=9$.

A. $I(-1;5)$, $R=3$.
B. $I(-1;5)$, $R=\dfrac{9}{2}$.
C. $I(1;-5)$, $R=3$.
D. $I(1;-5)$, $R=\dfrac{9}{2}$.

Lời giải.

Đường tròn có tâm $I\left(1;-5\right)$, $R=3$.

Chọn đáp án C □

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình đường tròn tâm $I\left(2;\,-5\right)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta\colon\ -3x+4y+11=0$ là

A. $(x-2)^2+(y+5)^2=3$.
B. $(x+2)^2+(y-5)^2=9$.
C. $(x+2)^2+(y-5)^2=3$.
D. $(x-2)^2+(y+5)^2=9$.

Lời giải.

Đường tròn tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ có bán kính bằng khoảng cách từ điểm I đến đường thẳng Δ.

Suy ra, $R=\mathrm{d}\left(I,\Delta\right)=\dfrac{|-3x_I+4y_I+11|}{\sqrt{(-3)^2+4^2}}=\dfrac{|-3\cdot 2+4\cdot(-5)+11|}{5}=\dfrac{15}{5}=3$.

Vậy phương trình đường tròn tâm $I\left(2;-5\right)$, bán kính $R=3$ là $(x-2)^2+(y+5)^2=9$.

Chọn đáp án D □

Câu 15. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình chính tắc của parabol?

A. $y^2=x$.
B. $y^2=6x$.
C. $y^2=-5x$.
D. $y^2=2022x$.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của parabol có dạng $y^2=2px$, $(p>0)$. Do đó $y^2=-5x$ không phải là phương trình chính tắc của parabol.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Trên kệ sách nhà bạn Lan có 7 quyển sách Toán khác nhau, 8 quyển sách Vật lý khác nhau và 9 quyển sách Lịch sử khác nhau. Hỏi bạn Lan có bao nhiêu cách chọn một quyển sách để đọc

(A) 9. (B) 8. (C) 24. (D) 7.

Lời giải.

Tổng số quyển sách $7+8+9=24$ quyển. Số cách chọn 1 quyển sách để đọc 24 cách.
Chọn đáp án (C) □

Câu 17. Một hộp đồ bảo hộ có 10 chiếc khẩu trang và 3 mặt nạ chống giọt bắn. Có bao nhiêu cách chọn một chiếc khẩu trang và một mặt nạ chống giọt bắn từ hộp đồ bảo hộ trên.

(A) 10. (B) 30. (C) 13. (D) 3.

Lời giải.

Áp dụng quy tắc nhân, số cách chọn một chiếc khẩu trang và một mặt nạ chống giọt bắn từ hộp đồ bảo hộ trên là $10 \cdot 3 = 30$ cách.
Chọn đáp án (B) □

Câu 18. Số hoán vị của tập X có 5 phần tử là

(A) 5. (B) 24. (C) 120. (D) 60.

Lời giải.

Số hoán vị của tập X có 5 phần tử là $5! = 120$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 19. Trong một hộp bánh có 10 chiếc bánh khác nhau. Có bao nhiêu cách lấy 3 chiếc bánh từ hộp đó để phát cho các bạn An, Bình, Cường, mỗi bạn một chiếc?

(A) 3^{10}. (B) A_{10}^3. (C) 10^3. (D) C_{10}^3.

Lời giải.

Lấy 3 chiếc bánh từ 10 chiếc bánh, có C_{10}^3 cách lấy.
Sau đó phát 3 chiếc bánh đã lấy cho 3 bạn, mỗi bạn một chiếc, có $3!$ cách.
Vậy số cách cần tìm l: $\mathrm{C}_{10}^3 \cdot 3! = \mathrm{A}_{10}^3$ cách.
Chọn đáp án (B) □

Câu 20. Lớp $11A$ có 45 học sinh trong đó có 15 học sinh giỏi. Thầy giáo cần chọn một nhóm gồm 5 bạn học sinh của lớp $11A$ đi dự trại hè. Hỏi thầy giáo đó có bao nhiêu cách chọn 1 nhóm sao cho cả 5 bạn đều là học sinh giỏi.

(A) 3003. (B) 360360. (C) 1221759. (D) Đáp án khác.

Lời giải.

Số cách chọn 1 nhóm sao cho cả 5 bạn đều là học sinh giỏi bằng số cách chọn 5 học sinh trong 15 học sinh giỏi của lớp.
Vậy có $\mathrm{C}_{15}^5 = 3003$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 21. Tính tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-2x)^4$.

(A) 1. (B) -1. (C) 81. (D) -81.

Lời giải.

Tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$ chính là giá trị của biểu thức $(2x-3)^4$ tại $x=1$.
Vậy $S = (1-2\cdot 1)^4 = 1$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 22. Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3 bằng

A. $\dfrac{1}{2}$.
B. $\dfrac{1}{3}$.
C. $\dfrac{1}{6}$.
D. $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải.

Không gian mẫu $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\} \Rightarrow n(\Omega) = 6$.
Gọi A là biến cố "xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3", ta có $A = \{3;6\} \Rightarrow n(A) = 2$.
Vậy xác suất để xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3 là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.
Chọn đáp án B □

Câu 23. Gieo ba con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba mặt lập thành một cấp số cộng với cộng sai bằng 1 là bao nhiêu?

A. $\dfrac{1}{6}$.
B. $\dfrac{1}{36}$.
C. $\dfrac{1}{9}$.
D. $\dfrac{1}{27}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $6^3 = 216$.
Các bộ ba số lập thành một cấp số cộng với công sai bằng 1 là $(1,2,3)$, $(2,3,4)$, $(3,4,5)$, $(4,5,6)$.
Các trường hợp trên với các hoán vị sẽ có $4 \cdot 3! = 24$ khả năng thuận lợi cho biến cố.
Xác suất cần tìm là $\dfrac{24}{216} = \dfrac{1}{9}$.
Chọn đáp án C □

Câu 24. Một tổ có 5 bạn nam và 7 bạn nữ, chọn một nhóm 3 bạn để tham gia biểu diễn văn nghệ. Xác suất để chọn được 3 bạn nữ bằng

A. $\dfrac{21}{220}$.
B. $\dfrac{1}{22}$.
C. $\dfrac{7}{44}$.
D. $\dfrac{5}{44}$.

Lời giải.

Ta có số phân tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^3$.
Gọi A là biến cố chọn được 3 bạn nữ, ta có $n(A) = \mathrm{C}_7^3$.
Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_7^3}{\mathrm{C}_{12}^3} = \dfrac{7}{44}$.
Chọn đáp án C □

Câu 25. Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1;2)$ và đường thẳng $\Delta\colon x + 4y - 2 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và song song với Δ.

A. $d\colon x + 4y - 9 = 0$.
B. $d\colon x + 4y + 9 = 0$.
C. $d\colon x + 4y - 6 = 0$.
D. $d\colon x + 4y + 6 = 0$.

Lời giải.

Ta có $d \parallel \Delta$, phương trình đường thẳng d có dạng $d\colon x + 4y + m = 0$.
Mặt khác $M(1;2) \in d$ khi đó $1 + 4 \cdot 2 + m = 0 \Leftrightarrow m = -9$.
Vậy phương trình đường thẳng $d\colon x + 4y - 9 = 0$.
Chọn đáp án A □

Câu 26. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, hai đường thẳng có phương trình $d_1\colon mx + (m-1)y + 2m = 0$ và $d_2\colon 2x + y - 1 = 0$ song song khi và chỉ khi

A. $m = 2$.
B. $m = -1$.
C. $m = -2$.
D. $m = 1$.

Lời giải.

$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow \dfrac{m}{2} = \dfrac{m-1}{1} \neq \dfrac{2m}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \neq 2 \\ m = 2m-2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$

Chọn đáp án (A) □

Câu 27. Đường tròn (C) đi qua $A(1;3)$, $B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d\colon 2x - y + 7 = 0$ có phương trình là

(A) $(x-7)^2 + (y-7)^2 = 102$.
(B) $(x+7)^2 + (y+7)^2 = 164$.
(C) $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$.
(D) $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 25$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$, bán kính R có phương trình là $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ $(*)$.
$I \in d \Rightarrow I(a; 2a+7)$.
$AI = \sqrt{(a-1)^2 + (2a+4)^2} = \sqrt{5a^2 + 14a + 17}$
$BI = \sqrt{(a-3)^2 + (2a+6)^2} = \sqrt{5a^2 + 18a + 45}$
Vì (C) đi qua $A(1;3)$, $B(3;1)$ nên
$AI = BI \Leftrightarrow AI^2 = BI^2 \Leftrightarrow 5a^2 + 14a + 17 = 5a^2 + 18a + 45 \Leftrightarrow a = -7$.
Suy ra tâm $I(-7;-7)$, bán kính $R^2 = AI^2 = 164$.
Vậy đường tròn (C) có phương trình $(x+7)^2 + (y+7)^2 = 164$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$. Từ điểm $A(1;1)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đường tròn (C)?

(A) 1.
(B) 2.
(C) Vô số.
(D) 0.

Lời giải.

(C) có tâm $I(1;-1)$ bán kính R$=\sqrt{1^2 + (-1)^2 - (-3)} = \sqrt{5}$.
Vì $IA = 2 < R$ nên A nằm bên trong (C). Vì vậy không kẻ được tiếp tuyến nào tới đường tròn (C).
Chọn đáp án (D) □

Câu 29. Phương trình chính tắc của elip có tổng các khoảng cách từ một điểm bất kỳ đến hai tiêu điểm bằng 10 và có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}$ là

(A) $\dfrac{x^2}{10} + \dfrac{y^2}{2\sqrt{5}} = 1$.
(B) $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{20} = 1$.
(C) $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{5} = 1$.
(D) $\dfrac{x^2}{100} + \dfrac{y^2}{20} = 1$.

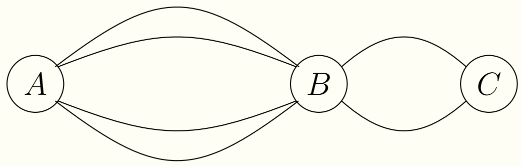
Lời giải.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, $(a > b > 0)$.

Ta có $\begin{cases} 2a = 10 \\ 2c = 2\sqrt{5} \\ b^2 = a^2 - c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ c = \sqrt{5} \\ b^2 = 20. \end{cases}$

Vậy elip có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{20} = 1$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 30. Các thành phố A, B, C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà qua thành phố B chỉ một lần?



Ⓐ 6. Ⓑ 12. Ⓒ 8. Ⓓ 4.

Lời giải.

Đi từ thành phố A đến thành phố B ta có 4 con đường để đi.
Đi từ thành phố B đến thành phố C ta có 2 con đường để đi.
Vậy theo quy tắc nhân ta có $4 \times 2 = 8$ cách.
Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 31. Một tổ có 7 người trong đó có An và Bình. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 7 người vào bàn tròn có 7 ghế sao cho An và Bình ngồi cạnh nhau?

Ⓐ 720. Ⓑ 240. Ⓒ 5040. Ⓓ 120.

Lời giải.

Ta buộc cặp hai bạn An và Bình và coi là một người thì có tất cả 6 người.
Suy ra có $5!$ cách xếp 6 người này vào bàn tròn.
Nhưng hai bạn An và Bình có thể hoán vị để ngồi cạnh nhau.
Vậy có tất cả $5! \cdot 2! = 240$ cách xếp 7 người vào bàn tròn có 7 ghế sao cho An và Bình ngồi cạnh nhau.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 32. Có bao nhiêu cách xếp 5 bạn học sinh Tuấn, Tú, Tiến, Tân, Tiên vào 1 hàng ngang gồm 10 ghế được đánh số từ 1 đến 10, sao cho Tuấn và Tiên luôn ngồi cạnh nhau?

Ⓐ 1890. Ⓑ 252. Ⓒ 3024. Ⓓ 6048.

Lời giải.

Xem Tuấn và Tiên là khối A.
Xếp thứ tự khối A và 3 bạn Tú, Tiến, Tân vào các ghế trong hàng ngang có A_9^4 cách.
Xếp vị trí cho Tuấn và Tiên trong khối A có $2!$ cách xếp.
Vậy theo quy tắc nhân, ta có $\mathrm{A}_9^4 \cdot 2! = 6048$ cách.
Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 33. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật Lí và 2 quyển sách Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất sao cho ba quyển lấy ra có ít nhất một quyển sách Toán.

Ⓐ $\dfrac{1}{3}$. Ⓑ $\dfrac{37}{42}$. Ⓒ $\dfrac{5}{6}$. Ⓓ $\dfrac{19}{21}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_9^3 = 84$.
Gọi A là biến cố sao cho ba quyển lấy ra có ít nhất một quyển sách Toán
$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố sao cho ba quyển lấy ra không có sách Toán $\Rightarrow n\left(\overline{A}\right) = \mathrm{C}_5^3 = 10$.
$\Rightarrow \mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{10}{84} = \dfrac{37}{42}$.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 34. Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

Ⓐ $\frac{1}{3}$. Ⓑ $\frac{2}{3}$. Ⓒ $\frac{5}{18}$. Ⓓ $\frac{13}{18}$.

Lời giải.

Có 2 trường hợp sau

- **Trường hợp 1.** 1 thẻ ghi số chẵn, 1 thẻ ghi số lẻ, suy ra có $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^1 = 20$ cách rút.
- **Trường hợp 2.** 2 thẻ ghi số chẵn, suy ra có $\mathrm{C}_4^2 = 6$ cách rút.

Suy ra xác suất bằng $\dfrac{20+6}{\mathrm{C}_9^2} = \dfrac{13}{18}$.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 35. Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất ba lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là:

Ⓐ $\frac{125}{216}$. Ⓑ $\frac{91}{216}$. Ⓒ $\frac{25}{216}$. Ⓓ $\frac{81}{216}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.
Gọi A là biến cố: "ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm."
Khi đó $\overline{A}$ là biến cố: "không có lần nào xuất hiện mặt sáu chấm."
$n(\overline{A}) = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.
Vậy $\mathrm{P}(A) = 1 - \mathrm{P}(\overline{A}) = 1 - \dfrac{125}{216} = \dfrac{91}{216}$.

Chọn đáp án Ⓑ □

B II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Từ một ban cán bộ Đoàn ở một trường học gồm có 20 học sinh, người ta muốn cử ra một nhóm gồm 8 em đi tham gia hội trại với trường bạn. Biết rằng cần có một nhóm trưởng, hai bạn nhóm phó, một bạn thủ quỹ và 4 bạn uỷ viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một nhóm học sinh như vậy?

Lời giải.

Chọn ra hai em gồm nhóm trưởng và thủ quỹ có A_{20}^2 cách.
Chọn ra hai em nhóm phó có C_{18}^2 cách.
Chọn ra 4 uỷ viên từ 16 em còn lại có C_{16}^4 cách.
Vậy có $\mathrm{A}_{20}^2 \cdot \mathrm{C}_{18}^2 \cdot \mathrm{C}_{16}^4 = 105814800$ cách chọn ra nhóm học sinh đó. □

Bài 2. Viết phương trình chính tắc của hypebol (H) có một tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{34};0\right)$ và đi qua điểm $A\left(6;\sqrt{\dfrac{99}{25}}\right)$.

Lời giải.

Gọi phương trình chính tắc của hypebol (H): $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ $(a > 0, b > 0)$.

(H) có một tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{34}; 0\right) \Leftrightarrow c^2 = 34 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 34 \Leftrightarrow a^2 = 34 - b^2$ (1).

Mặt khác do (H) đi qua điểm $A\left(6; \sqrt{\dfrac{99}{25}}\right)$ nên $\dfrac{6^2}{a^2} - \dfrac{99}{25b^2} = 1$ (2).

Thay (1) vào (2) ta được $\dfrac{6^2}{34 - b^2} - \dfrac{99}{25b^2} = 1 \Leftrightarrow 25b^4 + 149b^2 - 3366 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b^2 = 9 \Rightarrow a^2 = 25 \\ b^2 = \dfrac{-374}{25} \quad (\text{loại}) \end{array}\right.$.

Vậy (H): $\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{9} = 1$. □

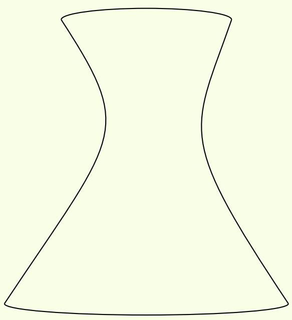
Bài 3. Cho đa giác đều có 15 đỉnh, gọi M là tập tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập M. Xác suất để chọn được một tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều bằng

Lời giải.

- Số tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là $C_{15}^3 = 455$ tam giác. Suy ra $n(\Omega) = 455$.
- Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều.
  Xét một đỉnh A bất kì của đa giác đều có 7 cặp đỉnh của đa giác đối xứng với nhau qua OA, hay có 7 tam giác cân tại đỉnh A.
  Như vậy, với mỗi đỉnh của đa giác có 7 tam giác nhận nó làm đỉnh tam giác cân.
- Số tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác là $\dfrac{15}{3} = 5$ tam giác.
  Tuy nhiên, trong các tam giác cân đã xác định ở trên có cả tam giác đều, do mọi tam giác đều thì đều cân tại ba đỉnh nên các tam giác đều được đếm ba lần.
- Suy ra số tam giác cân nhưng không phải tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là $7 \cdot 15 - 3 \cdot 5 = 90$.

Vậy, xác suất để chọn được một tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều từ tập M bằng: $P = \dfrac{90}{455} = \dfrac{18}{91}$ □

Bài 4. Một tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hyperbol có tiêu cự bằng $2\sqrt{70}$ m, độ dài trục ảo bằng $2\sqrt{42}$ m. Biết chiều cao của tháp là 120 m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol là $\dfrac{2}{3}$ khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.



Lời giải.

Phương trình chính tắc của hypebol có dạng $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, với $a < c$, $b^2 = c^2 - a^2$.

Ta có $\begin{cases} 2c = 2\sqrt{70} \Rightarrow c = \sqrt{70} \\ 2b = 2\sqrt{42} \Rightarrow b = \sqrt{42} \\ a = \sqrt{c^2 - b^2} = 2\sqrt{7}. \end{cases}$

Vậy phương trình chính tắc của hypebol là $\dfrac{x^2}{28} - \dfrac{y^2}{42} = 1$.

Gọi khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy tháp là z.

Suy ra khoảng cách từ tâm đối xứng đến nóc tháp là $\dfrac{2}{3}z$.

Ta có

$z + \dfrac{2}{3}z = 120 \Rightarrow z = 72$.

Thay $y = 72$ vào phương trình $\dfrac{x^2}{28} - \dfrac{y^2}{42} = 1$ ta tìm được $x = \pm 2\sqrt{871}$.

Thay $y = 48$ vào phương trình $\dfrac{x^2}{28} - \dfrac{y^2}{42} = 1$ ta tìm được $x = \pm 2\sqrt{391}$.

Vậy bán kính đường tròn nóc và bán kính đường tròn đáy của tháp lần lượt là $2\sqrt{391}$ m; $2\sqrt{871}$ m.

□

BÀI 5. ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CHK2 - K10 NĂM 2023

A I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho $A(0;3)$, $B(4;0)$, $C(-2;-5)$. Tính $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$.

(A) 16. (B) 9. (C) -10. (D) -9.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-3)$ và $\overrightarrow{BC}=(-6;-5)$.
Vậy $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=4\cdot(-6)+(-3)\cdot(-5)=-9$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Hãy xác định sai số tuyệt đối của số $a=123456$ biết sai số tương đối $\delta_a=0{,}2\%$.

(A) 246,912. (B) 617280. (C) 24691,2. (D) 61728000.

Lời giải.

Ta có $\delta_a=\dfrac{\Delta_a}{|a|}\Rightarrow\Delta_a=\delta_a\cdot|a|=246{,}92$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Cho các số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình.

111	112	112	113	114	114	115	114	115	116
112	113	113	114	115	114	116	117	114	115

Tìm số mốt.

(A) $M_o=111$. (B) $M_o=113$. (C) $M_o=114$. (D) $M_o=117$.

Lời giải.

Nhìn vào bảng số liệu, ta thấy giá trị 114 có tần số xuất hiện lớn nhất nên $M_o=114$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 4. Số sản phẩm sản xuất mỗi ngày của một phân xưởng trong 9 ngày liên tiếp được ghi lại như sau

$$27\quad 26\quad 21\quad 28\quad 25\quad 30\quad 26\quad 23\quad 26.$$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là

(A) 8. (B) 5. (C) 5. (D) 9.

Lời giải.

Số sản phẩm sản xuất thấp nhất và cao nhất lần lượt là 21 và 30. Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là 9.
Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Số lượng ly trà sữa một quán nước bán được trong 20 ngày qua là

$$4,\ 5,\ 6,\ 8,\ 9,\ 11,\ 13,\ 16,\ 16,\ 18,\ 20,\ 21,\ 25,\ 30,\ 31,\ 33,\ 36,\ 37,\ 40,\ 41.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 20. B. 22. C. 24. D. 26.

Lời giải.

Mẫu số liệu trên đã sắp xếp theo thứ tự không giảm.
Ta có $Q_1 = 10$, $Q_2 = 19$ và $Q_3 = 32$.
Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $\Delta_Q = 32 - 11 = 22$.
Chọn đáp án B □

Câu 6. Cho ba điểm $A(2;-4)$, $B(6;0)$, $C(m;4)$. Xác định m để A, B, C thẳng hàng.

A. $m = 10$. B. $m = -6$. C. $m = 2$. D. $m = -10$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4;4)$ và $\overrightarrow{AC} = (m-2;8)$.
A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \dfrac{m-2}{4} = \dfrac{8}{4} \Leftrightarrow m = 10$.
Chọn đáp án A □

Câu 7. Kết quả đo chiều dài một cây cầu có độ chính xác là 0,75‰ m với dụng cụ đo đảm bảo sai số tương đối không vượt quá 1,5. Tính độ dài gần đúng của cầu.

A. 500,1 m. B. 499,9 m. C. 500 m. D. 501 m.

Lời giải.

Độ dài h của cây cầu là $d \approx \dfrac{0{,}75}{1{,}5} \cdot 1000 = 500$ m.
Chọn đáp án C □

Câu 8. Cho bảng số liệu thống kê điểm kiểm tra của lớp 10A1.

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	3	7	18	3	2	4	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là

A. 1,5. B. 1,57. C. 1,58. D. 1,60.

Lời giải.

Ta có $n = 2+3+7+18+3+2+4+1 = 40$.
Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là $\overline{x} = \dfrac{n_1x_1 + n_2x_2 + \cdots + n_8x_8}{n} = 6{,}1$.
Phương sai của mẫu số liệu là $s^2 = \dfrac{n_1(x_1-\overline{x})^2 + n_2(x_2-\overline{x})^2 + \cdots + n_8(x_8-\overline{x})^2}{n} = 2{,}49$.
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2{,}49} \approx 1{,}58$.
Chọn đáp án C □

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d\colon \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 1 + t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

Ⓐ $\vec{u}_2 = (2;1)$. Ⓑ $\vec{u}_1 = (-4;1)$. Ⓒ $\vec{u}_3 = (1;3)$. Ⓓ $\vec{u}_4 = (2;-4)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = (-4;1)$ là một vectơ chỉ phương của d.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 10. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d qua $M(-1;-4)$ và song song với đường thẳng $3x+5y-2=0$.

Ⓐ $d\colon -x-4y-2=0$. Ⓑ $d\colon 3x+5y+23=0$.
Ⓒ $d\colon 5x+3y+23=0$. Ⓓ $d\colon -3x-5y+23=0$.

Lời giải.

Vì d song song với đường thẳng $3x+5y-2=0$ nên phương trình của d có dạng $3x+5y+c=0$ với $c \neq -2$.
Vì d đi qua điểm $M(-1;-4)$ nên $3\cdot(-1)+5\cdot(-4)+c=0 \Leftrightarrow c=23$.
Vậy phương trình tổng quát của d là $3x+5y+23=0$.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 11. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng $\Delta_1\colon 2x-3y+1=0$ và $\Delta_2\colon -4x+6y-1=0$.

Ⓐ Song song. Ⓑ Trùng nhau.
Ⓒ Vuông góc. Ⓓ Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Lời giải.

Ta có $\dfrac{2}{-4} = \dfrac{-3}{6} \neq \dfrac{1}{-1}$ nên hai đường thẳng đã cho song song với nhau.
Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 12. Khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+4t \end{cases}$ là

Ⓐ 2. Ⓑ $\dfrac{2}{5}$. Ⓒ $\dfrac{10}{\sqrt{5}}$. Ⓓ $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng d đã cho đi qua điểm $(1;2)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4;-3)$ nên d có phương trình tổng quát là $d\colon 4(x-1)-3(y-2)=0 \Leftrightarrow d\colon 4x-3y+2=0$.

Suy ra $\mathrm{d}(M,d) = \dfrac{|4\cdot 2 - 2\cdot 0 + 2|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}} = 2$.

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 13. Cho mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn?

Ⓐ $x^2+y^2-2x+4y-11=0$. Ⓑ $x^2-y^2-2x+4y-11=0$.
Ⓒ $x^2+y^2-2x+4y+11=0$. Ⓓ $2x^2+y^2-2x+4y-11=0$.

Lời giải.

Phương trình $x^2+y^2-2x+4y-11=0$ là phương tình đường tròn vì $a^2+b^2-c=1+4+11=16>0$, trong đó $a=1$, $b=-2$ và $c=-11$.
Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 14. Đường tròn (C) tâm $I(1;4)$ và tiếp xúc đường thẳng $\Delta: 4x+3y+4=0$ có phương trình là

Ⓐ $(x-1)^2+(y-1)^2=17$. Ⓑ $(x-1)^2+(y-4)^2=16$.
Ⓒ $(x-1)^2+(y-4)^2=25$. Ⓓ $(x+1)^2+(y+1)^2=16$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có bán kính $R=\mathrm{d}(I,\Delta)=\dfrac{|4\cdot 1+3\cdot 4+4|}{\sqrt{3^2+4^2}}=4$.

Do đó, (C) có phương trình là $(x-1)^2+(y-4)^2=16$.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 15. Tọa độ các tiêu điểm của hypebol $(H)\colon \dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$ là

Ⓐ $F_1\left(-\sqrt{13};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{13};0\right)$. Ⓑ $F_1\left(0;-\sqrt{13}\right)$, $F_2\left(0;\sqrt{13}\right)$.
Ⓒ $F_1\left(0;-\sqrt{5}\right)$, $F_2\left(0;\sqrt{13}\right)$. Ⓓ $F_1\left(-\sqrt{5};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{5};0\right)$.

Lời giải.

Từ phương trình $(H)\colon \dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$, ta có $a^2=9$ và $b^2=4$.

Suy ra $c^2=a^2+b^2=13\Rightarrow c=\sqrt{13}$.

Vậy tọa độ các tiêu điểm của (H) là $F_1\left(-\sqrt{13};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{13};0\right)$.

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 16. Lớp 10A1 có 20 bạn nam và 15 bạn nữ. Hỏi giáo viên chủ nhiệm lớp có bao nhiêu cách cử một học sinh trong lớp đi dự đại hội?

Ⓐ 20. Ⓑ 35. Ⓒ 15. Ⓓ 300.

Lời giải.

Để chọn 1 học sinh đi dự đại hội, ta xét hai phương án sau

- Phương án 1. Chọn 1 học sinh nam có 20 cách chọn.
- Phương án 2. Chọn 1 học sinh nữ có 15 cách chọn.

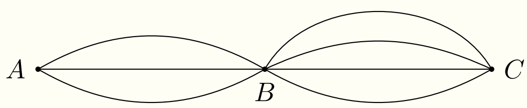
Theo quy tắc cộng, có $20+15=35$ cách chọn 1 học sinh trong lớp đi dự đại hội.

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 17.

Đi từ A đến B có 3 con đường, đi từ B đến C có 4 con đường. Hỏi đi từ A đến C có bao nhiêu cách đi?

Ⓐ 7. Ⓑ 8. Ⓒ 10. Ⓓ 12.



Lời giải.

Theo quy tắc nhân, có $3\cdot 4=12$ cách đi từ A đến C.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 18. Có 6 người đến nghe buổi hòa nhạc. Số cách sắp xếp 6 người này vào một hàng ngang 6 ghế là

Ⓐ 6. Ⓑ $2\cdot 6!$. Ⓒ 6^2. Ⓓ $6!$.

Lời giải.

Mỗi cách sắp xếp 6 người ngồi vào một hàng ngang 6 ghế là một hoán vị của 6 phần tử.
Vậy số cách sắp xếp là 6! cách.
Chọn đáp án D □

Câu 19. Cho 6 chữ số 4, 5, 6, 7, 8, 9. Hỏi có bao nhiêu số gồm 3 chữ số khác nhau được lập thành từ 6 chữ số đó?

A. 180. B. 120. C. 256. D. 216.

Lời giải.

Gọi số cần lập có dạng $\overline{abc}$ với $a \neq 0$ và $a \neq b \neq c \neq a$.
Chọn 3 chữ số khác nhau từ 6 chữ số đã cho và sắp xếp vào 3 vị trí a, b, c có $\mathrm{A}_6^3 = 120$ cách.
Vậy có 120 số thỏa mãn yêu cầu đề bài.
Chọn đáp án B □

Câu 20. Trong mặt phẳng cho tập hợp S gồm 10 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh đều thuộc S?

A. 720. B. 120. C. 59049. D. 3628800.

Lời giải.

Số tam giác có 3 đỉnh đều thuộc S bằng số tổ hợp chập 3 của 10 phần tử.
Vậy có $\mathrm{C}_{10}^3 = 120$ tam giác thỏa mãn yêu cầu đề bài.
Chọn đáp án B □

Câu 21. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $(x+3)^4 = \mathrm{C}_4^0 x^4 + \mathrm{C}_4^1 x^3 \cdot 3 + \mathrm{C}_4^2 x^2 \cdot 3^2 + \mathrm{C}_4^3 x \cdot 3^3 + \mathrm{C}_4^4 \cdot 3^4$.

B. $(x+3)^4 = x^4 + 12x^3 + 54x^2 + 108x + 324$.

C. $(x+3)^4 = x^4 + 12x^3 + 54x^2 + 12x + 81$.

D. $(x+3)^4 = x^4 + 108x^3 + 54x^2 + 108x + 81$.

Lời giải.

Ta có $(x+3)^4 = \mathrm{C}_4^0 x^4 + \mathrm{C}_4^1 x^3 \cdot 3 + \mathrm{C}_4^2 x^2 \cdot 3^2 + \mathrm{C}_4^3 x \cdot 3^3 + \mathrm{C}_4^4 \cdot 3^4 = x^4 + 12x^3 + 54x^2 + 108x + 81$.
Chọn đáp án A □

Câu 22. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số lẻ là

A. $\dfrac{1}{7}$. B. $\dfrac{8}{15}$. C. $\dfrac{4}{15}$. D. $\dfrac{1}{14}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 15 số nguyên dương đầu tiên, ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^2 = 105$.
Gọi A là biến cố "Chọn được hai số có tổng là một số lẻ".
Để tổng hai số là một số lẻ, ta chọn 1 số lẻ và 1 số chẵn. Do đó $n(A) = 8 \cdot 7 = 56$.
Vậy xác suất cầm tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{56}{105} = \dfrac{8}{15}$.
Chọn đáp án B □

Câu 23. Từ một nhóm học sinh gồm có 5 nam và 6 nữ, chọn ngẫu nhiên ra 2 bạn. Tính xác suất để hai bạn được chọn có cả nam và nữ.

Ⓐ $\frac{7}{11}$. Ⓑ $\frac{5}{11}$. Ⓒ $\frac{6}{11}$. Ⓓ $\frac{4}{11}$.

Lời giải.

Chọn 2 bạn từ 11 bạn, có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{11}^2 = 55$.
Gọi A là biến cố "Chọn được hai bạn có cả nam và nữ". Khi đó $n(A) = \mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_6^1 = 30$.
Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{30}{55} = \dfrac{6}{11}$.
Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 24. Một tổ có 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 3 học sinh có cả nam và nữ bằng

Ⓐ $\frac{1}{6}$. Ⓑ $\frac{5}{6}$. Ⓒ $\frac{3}{5}$. Ⓓ $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 9 học sinh, có $n(\Omega) = \mathrm{C}_9^3 = 84$.
Gọi A là biến cố "3 học sinh được chọn có cả nam và nữ". Khi đó $n(A) = \mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^2 + \mathrm{C}_4^2 \cdot \mathrm{C}_5^1 = 70$.
Vậy xác suất cầm tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{70}{84} = \dfrac{5}{6}$.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 25. Cho $M(1;3)$ và $N(-3;5)$. Phương trình đường trung trực của đoạn thẳng MN là đường thẳng nào dưới đây?

Ⓐ $x + 2y - 7 = 0$. Ⓑ $-2x + y - 6 = 0$. Ⓒ $x + 2y + 7 = 0$. Ⓓ $-2x + y + 6 = 0$.

Lời giải.

Gọi Δ là đường trung trực của đoạn thẳng MN.
Ta có $\overrightarrow{MN} = (-4;2)$. Vì $\Delta \perp MN$ nên ta chọn $\vec{n}_\Delta = (-2;1)$.
Gọi I là trung điểm của MN, khi đó $I(-1;4) \in \Delta$.
Vậy $\Delta\colon -2 \cdot (x+1) + 1 \cdot (y-4) = 0 \Leftrightarrow \Delta\colon -2x + y - 6 = 0$.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho các điểm $A(1;2)$, $B(2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A sao cho khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng Δ nhỏ nhất có phương trình là

Ⓐ $3x + y - 5 = 0$. Ⓑ $x - 3y + 5 = 0$. Ⓒ $3x + y - 1 = 0$. Ⓓ $x - 3y - 1 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;-3)$.
Khoảng cách từ B đến đường thẳng Δ nhỏ nhất khi và chỉ khi Δ đi qua B.
Suy ra $\overrightarrow{AB}$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.
Do đó, đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3;1)$.
Vậy phương trình đường thẳng Δ là $3 \cdot (x-1) + 1 \cdot (y-2) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 5 = 0$.
Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là

Ⓐ $x^2 + y^2 + 6x + y - 1 = 0$. Ⓑ $x^2 + y^2 - 6x - y - 1 = 0$.
Ⓒ $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$. Ⓓ $x^2 + y^2 + 6x - y - 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi $(C)\colon x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ là phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B, C với tâm $I(a;b)$ và $a^2+b^2-c>0$.
Khi đó, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}1+4-2a-4b+c=0\\25+4-10a-4b+c=0\\1+9-2a+6b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2a-4b+c=-5\\-10a-4b+c=-29\\-2a+6b+c=-10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-\dfrac{1}{2}\\c=-1.\end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $(C)\colon x^2+y^2-6x+y-1=0$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 28. Cho đường thẳng $\Delta\colon 3x-4y-19=0$ và đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y-1)^2=25$. Biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B, khi đó độ dài đoạn thẳng AB là

(A) 6. (B) 3. (C) 4. (D) 8.

Lời giải.

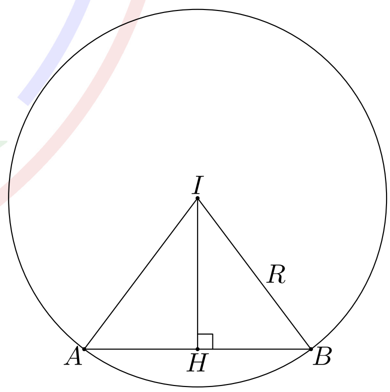
Cách 1. Ta có $\Delta\colon 3x-4y-19=0\Rightarrow y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{19}{4}$. Thay vào (C) ta được

$$(x-1)^2+\left(\frac{3}{4}x-\frac{23}{4}\right)=25\Leftrightarrow\frac{25}{16}x^2-\frac{85}{8}x+\frac{145}{16}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{29}{5}.\end{array}\right.$$

Với $x_A=1\Rightarrow y_A=-4\Rightarrow A(1;-4)$.
Với $x_B=\dfrac{29}{5}\Rightarrow y_B=-\dfrac{2}{5}\Rightarrow B\left(\dfrac{29}{5};-\dfrac{2}{5}\right)$.

Độ dài đoạn thẳng $AB=\sqrt{\left(\dfrac{29}{5}-1\right)^2+\left(-\dfrac{2}{5}+4\right)^2}=6$.

Cách 2. Gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính đường tròn (C).
Khi đó, ta có $I(1;1)$ và $R=5$.
Gọi H là trung điểm của AB. Vì $IA=IB=R$ nên tam giác IAB cân tại I. Suy ra $IH\perp AB$, hay $IH=\mathrm{d}(I,\Delta)=\dfrac{|3\cdot1-4\cdot1-10|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=4$.
Xét tam giác IHB vuông tại H có $HB^2=\sqrt{IB^2-IH^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.
Vậy độ dài đoạn thẳng $AB=2HB=2\cdot3=6$.



Chọn đáp án (A) □

Câu 29. Cho hypebol $(H)\colon \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$. Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm trên H đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng

(A) 8. (B) 6. (C) 4. (D) 5.

Lời giải.

Từ phương trình của (H), ta có $a^2=16\Rightarrow a=4$.
Vậy hiệu khoảng cách từ mỗi điểm M trên (H) đến hai tiêu điểm F_1, F_2 có giá trị tuyệt đối là $|MF_1-MF_2|=2a=8$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 30. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, ăn 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và uống 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu các chọn thực đơn?

(A) 100. (B) 15. (C) 75. (D) 25.

Lời giải.

Để chọn thực đơn cho một người vào cửa hàng, ta thực hiện lần lượt các công đoạn sau

- Chọn 1 món ăn trong 5 món, có 5 cách chọn.
- Chọn 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng, có 5 cách chọn.
- Chọn 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống, có 3 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, có $5 \cdot 5 \cdot 3 = 75$ cách chọn thực đơn thỏa mãn yêu cầu đề bài.
Chọn đáp án (C) □

Câu 31. Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang sao cho mỗi học sinh là

(A) C_{10}^6. (B) $6!$. (C) A_{10}^6. (D) 6^{10}.

Lời giải.

Mỗi cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang sao cho mỗi học sinh ngồi một ghế là một chỉnh hợp chập 6 của 10.
Vậy có A_{10}^6 cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu đề bài.
Chọn đáp án (C) □

Câu 32. Mười hai đường thẳng có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

(A) 12. (B) 66. (C) 132. (D) 144.

Lời giải.

Để có được nhiều giao điểm nhất thì mười hai đường thẳng này phải đôi một cắt nhau tại các điểm phân biệt.
Do đó, số giao điểm nhiều nhất bằng số cặp đường thẳng thẳng chọn từ mười hai đường thẳng.
Vậy có $C_{12}^2 = 66$ giao điểm.
Chọn đáp án (B) □

Câu 33. Thầy X có 15 cuốn sách gồm 4 cuốn sách toán, 5 cuốn sách lí và 6 cuốn sách hóa. Các cuốn sách này đôi một khác nhau. Thầy X chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn.

(A) $\dfrac{5}{6}$. (B) $\dfrac{661}{715}$. (C) $\dfrac{660}{713}$. (D) $\dfrac{6}{7}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng, có $n(\Omega) = C_{15}^8 = 6435$.
Gọi A là biến cố "Số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn". Suy ra $\overline{A}$ là biến cố "Số cuốn sách của thầy X không có đủ 3 môn"hay "thầy X lấy hết số sách của một môn học".
Khi đó $n\left(\overline{A}\right) = C4_4 \cdot C_{11}^4 + C_5^5 \cdot C_{10}^3 + C_6^6 \cdot C_9^2 = 486$.

Do đó $P\left(\overline{A}\right) = \dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n(\Omega)} = \dfrac{486}{6435} = \dfrac{54}{715}$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{54}{715} = \dfrac{661}{715}$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 34. Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số thứ tự từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi rồi cộng các số trên 3 viên bi đó với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số chẵn bằng

A. $\dfrac{17}{33}$. B. $\dfrac{16}{33}$. C. $\dfrac{19}{33}$. D. $\dfrac{23}{33}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi, có $n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$.
Gọi A là biến cố "Tổng các số trên 3 viên bi là số chẵn".
Trường hợp 1: Chọn 3 viên bi đều đánh số thứ tự chẵn, có C_5^3 cách chọn.
Trường hợp 2: Chọn 3 viên bi, trong đó có 1 viên đánh số thứ tự chẵn và 2 viên đánh số thứ tự lẻ, có $C_5^1 \cdot C_6^2$ cách chọn.
Theo quy tắc cộng, ta có $n(A) = C_5^3 + C_5^1 \cdot C_6^2 = 85$.
Vậy xác suất cần tìm là $P = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{85}{165} = \dfrac{17}{33}$.

Chọn đáp án A □

Câu 35. Một hộp chứa 5 bi xanh, 4 bi đỏ. Chọn ngẫu nhiên 2 bi từ hộp này. Xác suất để chọn được 2 bi cùng màu là

A. $\dfrac{2}{9}$. B. $\dfrac{1}{9}$. C. $\dfrac{5}{9}$. D. $\dfrac{4}{9}$.

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên 2 bi từ hộp, có $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.
Gọi A là biến cố "Lấy được 2 bi cùng màu". Khi đó $n(A) = C_5^2 + C_4^2 = 16$.
Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{16}{36} = \dfrac{4}{9}$.

Chọn đáp án D □

B II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau trong đó có 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ?

Lời giải.

Cách 1. Ta coi việc lập số có 6 chữ số như là sắp xếp các chữ số vào dãy 6 ô trống.

- Chọn 3 số lẻ có C_5^3 cách.
- Chọn 3 số chẵn có C_5^3 cách.
- Sắp xếp các số này vào dãy 6 ô trống có 6! cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $C_5^4 \cdot C_5^3 \cdot 5! = 72000$ số có 6 chữ số khác nhau trong đó có 3 số chẵn và 3 số lẻ, kể cả trường hợp số 0 đứng đầu.
Xét trường hợp số 0 đứng đầu.

- Chọn 3 số lẻ có C_5^3 cách.
- Chọn 2 số lẻ có C_4^2 cách.
- Sắp xếp các số này vào dãy 5 ô trống có 5! cách

Theo quy tắc nhân, ta có $C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot 5! = 7200$ số có 6 chữ số khác nhau có 3 chữ số chẵn, 3 chữ số lẻ và có 0 đứng đầu.
Do đó, có $72000 - 7200 = 64800$ số thỏa mãn yêu cầu đề bài.
Cách 2. Ta coi việc lập số có 6 chữ số như là sắp xếp các chữ số vào dãy 6 ô trống. Để lập số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau gồm 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ, ta xét 2 trường hợp sau

- Trường hợp 1. Số được lập có 3 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn trong đó không có số 0.
  - Chọn 3 chữ số lẻ có C_5^3 cách.
  - Chọn 3 chữ số chẵn trong đó không có số 0 có C_4^3 cách.
  - Xếp thứ tự 6 chữ số vừa chọn vào dãy 6 ô trống có 6! cách.

  Theo quy tắc nhân, có $C_5^3 \cdot C_4^3 6! = 28800$ số.
- Trường hợp 2. Số được lập có 3 chữ số lẻ và 3 chữ số chẵn trong đó có số 0.
  - Chọn ô trống để xếp số 0 vào có 5 cách.
  - Chọn 3 chữ số lẻ có C_5^3 cách.
  - Chọn 2 chữ số chẵn C_4^2 cách.
  - Xếp thứ tự cho 5 chữ số vừa chọn vào dãy 5 ô trống còn lại có 5! cách.

  Theo quy tắc nhân, có $5 \cdot C_5^3 \cdot C_4^2 \cdot 5! = 36000$ số.

Theo quy tắc cộng có $28800 + 36000 = 64800$ số thỏa mãn yêu cầu đề bài. □

Bài 2. Trong mặt phẳng (Oxy), cho điểm $M(2;4)$ và $d\colon \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng d và cách điểm M một khoảng bằng $\sqrt{10}$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (-3;1)$. Suy ra đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_d = (1;3)$.
Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Vì $\Delta \parallel d$ nên $\vec{n}_\Delta = \vec{n}_d = (1;3)$.
Do đó, phương trình đường thẳng Δ có dạng $x + 3y + c = 0$ và Δ không đi qua điểm $A(1;2) \in d$ nên $1 + 3 \cdot 2 + c \neq 0 \Leftrightarrow c \neq -7$.
Lại có $\mathrm{d}(M,\Delta) = \sqrt{10} \Leftrightarrow \dfrac{|2 + 3 \cdot 4 + c|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \sqrt{10} \Leftrightarrow |14 + c| = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = -4 \\ c = -24. \end{array}\right.$
Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu đề bài là $x + 3y - 4 = 0$ hoặc $x + 3y - 24 = 0$. □

Bài 3. Cho tập hợp $X = \{0;1;2;3;4;5;6;7\}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lập từ tập hợp X. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất để chọn được một số chia hết cho 5.

Lời giải.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ X là $n(S) = 7 \cdot A_7^4 = 5880$.
Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S, ta có $n(\Omega) = 5880$.
Gọi A là biến cố "Chọn được một số chia hết cho 5 từ tập hợp S".
Để chọn được một số chia hết cho 5 ta xét hai trường hợp sau

- Trường hợp 1. Số có tận cùng bằng 5 có $6 \cdot A_6^3$ số.
- Trường hợp 2. Số có tận cùng bằng 0 có A_7^4 số.

Theo quy tắc cộng, ta có $6 \cdot A_6^3 + A_7^4 = 1560$ số chia hết cho 5 trong tập S. Do đó $n(A) = 1560$.
Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1560}{5880} = \dfrac{13}{49}$. □

Bài 4. Trong hệ trụ tọa độ Oxy, cho elip $(E)\colon \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$, với F_1, F_2 là hai tiêu điểm và hoành độ điểm F_1 âm. Điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1 = 2MF_2$. Tìm hoành độ điểm M.

Lời giải.

Cách 1. Ta có $a=5$, $b=4$ và $c=3$.
Với điểm $M(x_0;y_0)\in(E)$, ta có

$$MF_1+MF_2=2a \quad (1)$$
$$MF_1^2-MF_2^2=\left[(x_0+c)^2+y^2\right]-\left[(x_0-c)^2+y^2\right]=4cx_0.$$

Mặt khác

$$MF_1{}^2-MF_2{}^2=(MF_1+MF_2)(MF_1-MF_2)\Rightarrow MF_1-MF_2=\frac{2c}{a}x_0. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $MF_1=a+\dfrac{c}{a}x_0$ và $MF_2=a-\dfrac{c}{a}x_0$.

Lại có $MF_1=2MF_2\Rightarrow 5+\dfrac{3}{5}x_0=2\left(5-\dfrac{3}{5}x_0\right)\Rightarrow x_0=\dfrac{25}{9}$.

Vậy hoành độ điểm M là $\dfrac{25}{9}$.

Cách 2. Ta có $a=5$, $b=4$ và $c=3$. Suy ra $F_1(-3;0)$ và $F_2(3;0)$.

Với điểm $M(x_0;y_0)\in(E)$, ta có $\dfrac{x_0^2}{25}+\dfrac{y_0^2}{16}=1\Leftrightarrow y_0^2=16-\dfrac{16}{25}x_0^2$. $\quad (*)$

Lại có $MF_1=2MF_2$ nên $0<x_0<5$ và $MF_1{}^2=4MF_2{}^2$. Do đó, ta có

$$(x_0+3)^2+y_0{}^2=4\left[(x_0-3)^2+y_0{}^2\right]\Leftrightarrow 3x_0{}^2-30x_0+27+3y_0{}^2=0.$$

Thay $(*)$ vào, ta được $\dfrac{27}{25}x_0{}^2-30x_0+75=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_0=\dfrac{25}{9}\ \text{(nhận)}\\ x_0=25\ \text{(loại)}.\end{array}\right.$

Vậy hoành độ của điểm M là $\dfrac{25}{9}$. $\square$

BÀI 6. ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CHK2 - K10 NĂM 2023

A I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(2;1)$, $B(2;-1)$, $C(-2;-3)$. Tọa độ giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$ là

A $(2;0)$. B $(2;2)$. C $(0;-2)$. D $(0;-1)$.

Lời giải.

Giao điểm hai đường chéo là trung điểm I của AC.
Vậy tọa độ giao điểm hai đường chéo là $I(0;-1)$.
Chọn đáp án D □

Câu 2. Quy tròn số 12,4567 đến hàng phần trăm ta được số

A 12,45. B 12,46. C 12,457. D 12,5.

Lời giải.

Quy tròn số 12,4567 đến hàng phần trăm ta được số 12,46.
Chọn đáp án B □

Câu 3. Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu sau 3 4 6 7 8 9 10 12 13 16.

A $Q_1 = 5,\ Q_2 = 8{,}5,\ Q_3 = 12$. B $Q_1 = 6,\ Q_2 = 8{,}5,\ Q_3 = 12$.
C $Q_1 = 6,\ Q_2 = 8{,}5,\ Q_3 = 12{,}5$. D $Q_1 = 5,\ Q_2 = 8{,}5,\ Q_3 = 12{,}5$.

Lời giải.

Trung vị của mẫu số liệu trên là $\dfrac{8+9}{2} = 8{,}5$.
Trung vị của dãy 3 4 6 7 8 là 6.
Trung vị của dãy 9 10 12 13 16 là 12.
Vậy $Q_1 = 6,\ Q_2 = 8{,}5,\ Q_3 = 12$.
Chọn đáp án B □

Câu 4. Mẫu số liệu sau đây cho biết giá của một số loại giày trong cửa hàng

300 250 300 360 350 650 450 500 300.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A 400. B 300. C 650. D 250.

Lời giải.

Ta xếp dãy số liệu lại như sau

250 300 300 300 350 360 450 500 650.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 650 - 250 = 400$.
Chọn đáp án A □

Câu 5. Cho dãy số liệu thống kê 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Phương sai của mẫu số liệu thống kê đã cho là

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

Lời giải.

Ta có

$$\overline{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4.$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu đã cho là

$$s_x^2 = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7}(x_i - \overline{x})^2 = 4.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Biết rằng hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương nhưng hai véc-tơ $2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x+1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là

(A) $\frac{1}{2}$. (B) $-\frac{3}{2}$. (C) $-\frac{1}{2}$. (D) $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Ta có $2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x+1)\vec{b}$ cùng phương nên có tỉ lệ là $\frac{1}{2} = \frac{x+1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Độ dài của cái cầu bến thủy hai (Nghệ An) người ta đo được là $996\,\text{m} \pm 0{,}5\,\text{m}$. Sai số tương đối tối đa trong phép đo là bao nhiêu?

(A) 0,05%. (B) 0,5%. (C) 0,04%. (D) 0,005%.

Lời giải.

Ta có độ dài gần đúng của cầu là $a = 996$ với độ chính xác $d = 0{,}5$.

Vì sai số tuyệt đối $\Delta_a \le d = 0{,}5$ nên sai số tương đối $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \le \frac{d}{|a|} = \frac{0{,}5}{996} \approx 0{,}05\%$.

Vậy sai số tương đối tối đa trong phép đo trên là 0,05%.

Chọn đáp án (A) □

Câu 8. Để được cấp chứng chỉ môn Anh trình độ A_2 của một trung tâm ngoại ngữ, học viên phải trải qua 6 lần kiểm tra trắc nghiệm, thang điểm mỗi lần kiểm tra là 100 và phải đạt điểm trung bình từ 70 điểm trở lên. Qua 5 lần thi Hoa đạt điểm trung bình là 64,5 điểm. Hỏi trong lần kiểm tra cuối cùng Hoa phải đạt ít nhất là bao nhiêu điểm để được cấp chứng chỉ?

(A) 97,5. (B) 92,5. (C) 95,5. (D) 97,8.

Lời giải.

Gọi x là số điểm trong lần kiểm tra cuối mà Hoa cần đạt được để được cấp chứng chỉ.

Ta có số điểm qua 5 lần thi của Hoa là $64{,}5 \cdot 5 = 322{,}5$.

Khi đó

$$\frac{x + 322{,}5}{6} \ge 70 \Leftrightarrow x \ge 70 \cdot 6 - 322{,}5 = 97{,}5.$$

Vậy $x \ge 97{,}5$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 9. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $A\,(1;3)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;2)$.

(A) $3x + 2y - 9 = 0$. (B) $3x + 2y - 6 = 0$. (C) $3x + 2y - 7 = 0$. (D) $3x + 2y - 8 = 0$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng cần tìm là $3(x-1) + 2(y-3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 9 = 0$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 10. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng d cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm $A(3;0)$ và $B(0;-2)$. Đường thẳng d có phương trình là

(A) $\dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = -1$. (B) $\dfrac{x}{-2} + \dfrac{y}{3} = 1$. (C) $\dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = 1$. (D) $\dfrac{x}{3} - \dfrac{y}{2} = 0$.

Lời giải.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;0)$ và $B(0;-2)$ viết dưới dạng đoạn chắn là

$$d\colon \frac{x}{3} + \frac{y}{-2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1.$$

Chọn đáp án (C) □

Câu 11. Cho đường thẳng $d_1\colon 2x + 3y + 15 = 0$ và $d_2\colon x - 2y - 3 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.
(B) d_1 và d_2 song song với nhau.
(C) d_1 và d_2 trùng nhau.
(D) d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Lời giải.

Đường thẳng $d_1\colon 2x + 3y + 15 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2;3)$ và đường thẳng $d_2\colon x - 2y - 3 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1;-2)$.
Ta thấy $\dfrac{2}{1} \neq \dfrac{3}{-2}$ và $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) = -4 \neq 0$.
Vậy d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.
Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Xác định m để 2 đường thẳng $d\colon x - 2y + 3 = 0$ và $d'\colon x + my + 3 = 0$ vuông góc với nhau.

(A) $m = -2$. (B) $m = -\dfrac{1}{2}$. (C) $m = 2$. (D) $m = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $d\colon x - 2y + 3 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;-2)$.
$d'\colon x + my + 3 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}' = (1;m)$.
Để d' vuông góc với d thì

$$\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0 \Leftrightarrow 1 - 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 13. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C)\colon (x+1)^2+y^2=8$ là

A. $I(-1;0),\ R=8$.
B. $I(-1;0),\ R=64$.
C. $I(-1;0),\ R=2\sqrt{2}$.
D. $I(1;0),\ R=2\sqrt{2}$.

Lời giải.

Từ phương trình đường tròn ta suy ra tọa độ tâm và bán kính là $I(-1;0)$, $R=2\sqrt{2}$.
Chọn đáp án C □

Câu 14. Cho đường tròn có phương trình $x^2+y^2-6x+2y+6=0$ và điểm $A(1;-1)$. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại điểm A là

A. $y=1$.
B. $x=1$.
C. $x=2$.
D. $y=2$.

Lời giải.

Ta có tâm đường tròn $I(3;-1)$, tiếp tuyến của đường tròn tại điểm A nhận $\overrightarrow{AI}=(2;0)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là $2(x-1)+0(y+1)=0$ hay $x=1$.
Chọn đáp án B □

Câu 15. Tọa độ các tiêu điểm của hypebol $(H)\colon \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ là

A. $F_1=(-5;0);\ F_2=(5;0)$.
B. $F_1=(0;-5);\ F_2=(0;5)$.
C. $F_1=\left(0;-\sqrt{7}\right);\ F_2=\left(0;\sqrt{7}\right)$.
D. $F_1=\left(-\sqrt{7};0\right);\ F_2=\left(\sqrt{7};0\right)$.

Lời giải.

Gọi $F_1=(-c;0)$, $F_2=(c;0)$ là hai tiêu điểm của (H).
Từ phương trình $(H)\colon \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ ta có $a^2=16$ và $b^2=9$ suy ra $c^2=a^2+b^2=25 \Rightarrow c=5\ (c>0)$.
Vậy tọa độ các tiêu điểm của (H) là $F_1=(-5;0);\ F_2=(5;0)$.
Chọn đáp án A □

Câu 16. Có 8 quả ổi và 6 quả xoài. Có bao nhiêu cách chọn ra một quả trong các quả ấy?

A. 48.
B. 24.
C. 14.
D. 18.

Lời giải.

Theo quy tắc cộng có $8+6=14$ cách chọn ra một quả trong các quả đã cho.
Chọn đáp án C □

Câu 17. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5, hỏi có thể lập được bao nhiêu số có hai chữ số khác nhau?

A. 25.
B. 20.
C. 10.
D. 9.

Lời giải.

Gọi số có hai chữ số khác nhau là $\overline{ab}$ $(a\neq b; a\neq 0)$.
Chọn a có 5 cách chọn.
Chọn b có 4 cách chọn.
Vậy theo quy tắc nhân ta có $4\cdot 5=20$.
Chọn đáp án B □

Câu 18. Có bao nhiêu cách xếp 5 quyển sách gồm toán, lý, hóa, sinh, địa lên một kệ sách dài?

Ⓐ 120. Ⓑ 60. Ⓒ 48. Ⓓ 24.

Lời giải.

Số cách xếp là số các hoán vị của 5 phần tử là $\mathrm{P}_5 = 5! = 120$ cách.

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 19. Một câu lạc bộ có 20 thành viên. Số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch, 1 thư kí là

Ⓐ 13800. Ⓑ 6900. Ⓒ 7200. Ⓓ 6840.

Lời giải.

Số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch, 1 thư kí là $\mathrm{A}_{20}^3 = 6840$.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 20. Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

Ⓐ $\mathrm{C}_{25}^5 + \mathrm{C}_{16}^5$. Ⓑ C_{25}^5. Ⓒ A_{41}^5. Ⓓ C_{41}^5.

Lời giải.

Tổng số học sinh của lớp là $25 + 16 = 41$ học sinh.

Mỗi cách chọn theo yêu cầu của đề là 1 tổ hợp chập 5 của 41 phần tử.

Nên có C_{41}^5 cách chọn theo yêu cầu của đề.

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 21. Đa thức $P(x) = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ là khai triển của nhị thức nào?

Ⓐ $(1-2x)^5$. Ⓑ $(1+2x)^5$. Ⓒ $(2x-1)^5$. Ⓓ $(x-1)^5$.

Lời giải.

Vì hệ số của x^5 là 32 và dấu trong khai triển đan xen nên chọn $(2x-1)^5$.

Thật vậy

$$\begin{aligned}(2x-1)^5 &= \mathrm{C}_5^0 \cdot (2x)^5 \cdot 1^0 + \mathrm{C}_5^1 \cdot (2x)^4 \cdot 1^1 + \cdots + \mathrm{C}_5^5 \cdot (2x)^0 \cdot 1^5 \\ &= 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1.\end{aligned}$$

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 22. Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp bốn lần. Gọi B là biến cố "Kết quả bốn lần gieo là như nhau". Xác định biến cố B.

Ⓐ $B = \{SSSS; NNNN\}$. Ⓑ $B = \{SNSN; NSNS\}$.

Ⓒ $B = \{NNNN\}$. Ⓓ $B = \{SSSS\}$.

Lời giải.

Kết quả của bốn lần gieo là như nhau nên ta có hai trường hợp là cả bốn lần gieo đều là mặt sấp xuất hiện và cả bốn lần gieo đều là mặt ngửa xuất hiện.

Vậy $B = \{SSSS; NNNN\}$.

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 23. Lấy ngẫu nhiên hai tấm thẻ trong một hộp chứa 9 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 9. Tính xác suất để tổng của các số trên hai thẻ lấy ra là số chẵn.

Ⓐ $\frac{5}{9}$. Ⓑ $\frac{4}{9}$. Ⓒ $\frac{1}{9}$. Ⓓ $\frac{5}{3}$.

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên hai tấm thẻ trong một hộp chứa 9 tấm thẻ có $n(\Omega) = \mathrm{C}_9^2 = 36$.
Gọi A là biến cố tổng của các số trên hai thẻ lấy ra là số chẵn.
TH1. Lấy được hai thẻ ghi số lẻ có $C_5^2 = 10$ cách.
TH2. Lấy được hai thẻ ghi số chẵn có $C_4^2 = 6$ cách.
Vậy $n(A) = 16$.
Xác suất để tổng của các số trên hai thẻ lấy ra là số chẵn là $\mathrm{P}(A) = \frac{4}{9}$.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 24. Một hộp đựng 7 chiếc bút bi đen và 8 chiếc bút bi xanh. Lấy đồng thời và ngẫu nhiên hai chiếc bút. Tính xác suất để hai chiếc bút lấy được cùng màu.

Ⓐ $\frac{28}{5}$. Ⓑ $\frac{8}{15}$. Ⓒ $\frac{1}{7}$. Ⓓ $\frac{7}{15}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^2 = 105$.
Gọi A là biến cố "lấy được hai chiếc bút cùng màu", tức là lấy được hai chiếc bút màu đen hoặc hai chiếc bút màu xanh

$$n(A) = C_7^2 + C_8^2 = 49.$$

Xác suất của biến cố A là

$$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{49}{105} = \frac{7}{15}.$$

Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 25. Cho $M(1\,;\,3)$ và $N(-3\,;\,5)$. Phương trình đường trung trực của đoạn thẳng MN là đường thẳng nào dưới đây?

Ⓐ $x + 2y - 7 = 0$. Ⓑ $-2x + y - 6 = 0$. Ⓒ $x + 2y + 7 = 0$. Ⓓ $-2x + y + 6 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-4\,;\,2)$, đặt $\vec{n} = (-2\,;\,1)$.
Gọi I là trung điểm của MN, ta có $I(-1\,;\,4)$.
Đường trung trực của đoạn thẳng MN là đường thẳng đi qua điểm I và nhận véc-tơ $\vec{n}$ làm véc-tơ pháp tuyến, có phương trình

$$-2(x+1) + 1(y-4) = 0 \Leftrightarrow -2x + y - 6 = 0.$$

Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 26. Phương trình đường thẳng d qua $M(1;2)$ và chắn trên hai trục toạ độ những đoạn bằng nhau là

Ⓐ $x - y - 3 = 0$. Ⓑ $x - y + 3 = 0$. Ⓒ $x + y - 3 = 0$. Ⓓ $-x + y - 3 = 0$.

Lời giải.

Vì đường thẳng d qua $M(1;2)$ và chắn trên hai trục toạ độ những đoạn bằng nhau nên đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng $y=-x$ hoặc $y=x$.
Vậy đường thẳng d có có dạng $y=x+a$ hoặc $y=-x+b$.
Vì đường thẳng đi qua $M(1;2)$ nên $y=x+1$ hoặc $y=-x+3$.
Vậy $d\colon x-y+1=0$ hoặc $d\colon x+y-3=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 27. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn đi qua ba điểm $A(11;8), B(13;8), C(14;7)$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+24x-12y+175=0$.
B. $x^2+y^2-24x+12y+175=0$.
C. $x^2+y^2-24x-12y+175=0$.
D. $x^2+y^2+24x+12y+175=0$.

Lời giải.

Gọi phương trình đường tròn cần tìm có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0\ (a^2+b^2-c>0)$.
Đường tròn đi qua 3 điểm $A(11;8), B(13;8), C(14;7)$ nên ta có

$$\begin{cases}121+64-22a-16b+c=0\\169+64-26a-16b+c=0\\196+49-28a-14b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=12\\b=6\\c=175.\end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C là $x^2+y^2-24x-12y+175=0$.
Chọn đáp án C □

Câu 28. Cho đường tròn đi qua 3 điểm $A(11;8)$, $B(13;8)$, $C(14;7)$ có bán kính R bằng

A. 2.
B. 1.
C. $\sqrt{5}$.
D. $\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi phương trình đường tròn cần tìm có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0\ (a^2+b^2-c>0)$.
Đường tròn đi qua 3 điểm $A(11;8)$, $B(13;8)$, $C(14;7)$ nên ta có

$$\begin{cases}121+64-22a-16b+c=0\\169+64-26a-16b+c=0\\196+49-28a-14b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=12\\b=6\\c=175.\end{cases}$$

Ta có $R=\sqrt{a^2+b^2-c}=\sqrt{5}$.
Vậy phương trình đường tròn đi qua 3 điểm $A(11;8)$, $B(13;8)$, $C(14;7)$ có bán kính là $R=\sqrt{5}$.
Chọn đáp án C □

Câu 29. Cho parabol có phương trình $4y^2=20x$. Phương trình đường chuẩn của parabol là

A. $x=\frac{5}{4}$.
B. $x=\frac{4}{5}$.
C. $x=-\frac{4}{5}$.
D. $x=-\frac{5}{4}$.

Lời giải.

Ta có $(P)\colon 4y^2=20x\Rightarrow 2p=5\Rightarrow p=\frac{5}{2}$.

Vậy (P) có phương trình đường chuẩn là $\Delta\colon x=-\frac{5}{4}$.

Chọn đáp án D □

Câu 30. Một người có 7 đôi tất trong đó có 3 đôi tất trắng và 5 đôi giày trong đó có 2 đôi giày đen. Người này không thích đi tất trắng cùng với giày đen. Hỏi người đó có bao nhiêu cách chọn tất và giày thỏa mãn điều kiện trên?

(A) 29. (B) 36. (C) 18. (D) 35.

Lời giải.

Cách 1

- Trường hợp 1
  Chọn 1 đôi tất trắng có 3 cách.
  Chọn 1 đôi giày không phải màu đen có 3 cách.
  Do đó có $3 \cdot 3 = 9$ cách chọn 1 đôi tất trắng và 1 đôi giày không phải màu đen.
- Trường hợp 2
  Chọn 1 đôi tất không phải màu trắng có 4 cách.
  Chọn 1 đôi giày bất kỳ có 5 cách.
  Do đó có $4 \cdot 5 = 20$ cách chọn 1 đôi tất không phải màu trắng và 1 đôi giày bất kỳ.
  Theo quy tắc cộng, ta có $9 + 20 = 29$ cách chọn 1 đôi tất và 1 đôi giày thỏa mãn yêu cầu.

Cách 2:
Số cách chọn ra 1 đôi tất và 1 đôi giày bất kỳ là $7 \cdot 5 = 35$ cách.
Số cách chọn ra 1 đôi tất trắng và 1 đôi giày đen là $3 \cdot 2 = 6$ cách.
Vậy ta có $35 - 6 = 29$ cách chọn 1 đôi tất và 1 đôi giày thỏa mãn yêu cầu.
Chọn đáp án (A) □

Câu 31. Từ một lớp gồm 16 học sinh nam và 18 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh tham gia đội Thanh niên xung kích, trong đó có 2 học sinh nam và 3 học sinh nữ.

(A) $C_{16}^2 \cdot C_{18}^3$. (B) $A_{16}^2 \cdot A_{18}^3$. (C) $C_{16}^3 \cdot C_{18}^2$. (D) $A_{16}^3 \cdot A_{18}^2$.

Lời giải.

Chọn 2 học sinh nam trong số 16 học sinh nam thì có C_{16}^2 cách chọn.
Chọn 3 học sinh nữ trong số 18 học sinh nữ thì có C_{18}^3 cách chọn.
Áp dụng quy tắc nhân, sẽ có $C_{16}^2 \cdot C_{18}^3$ cách chọn 2 học sinh nam và 3 học sinh nữ.
Chọn đáp án (A) □

Câu 32. Giả sử a và b là hai đường thẳng song song. Trên đường thẳng a cho m điểm phân biệt màu đỏ, trên đường thẳng b cho n điểm phân biệt màu xanh. Số tam giác có 2 đỉnh màu đỏ và một đỉnh màu xanh thuộc tập hợp các điểm đã cho là

(A) $C_m^1 \cdot C_n^2$. (B) $C_m^2 \cdot C_n^1 + C_m^1 \cdot C_n^2$.
(C) $C_m^2 + C_n^1$. (D) $C_m^2 \cdot C_n^1$.

Lời giải.

Chọn 2 đỉnh màu đỏ từ m điểm có C_m^2 cách chọn.
Chọn 1 đỉnh màu xanh từ n điểm có C_n^1 cách chọn.
Theo quy tắc nhân ta có số tam giác thỏa mãn là $C_m^2 \cdot C_n^1$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 33. Một em bé có bộ 7 thẻ chữ, trên mỗi thẻ có ghi một chữ cái, trong đó có 2 thẻ chữ T giống nhau, một thẻ chữ H, một thẻ chữ P, một thẻ chữ C, một thẻ chữ L và một thẻ chữ S. Em bé xếp theo hàng ngang ngẫu nhiên 7 thẻ đó. Xác suất em bé xếp được dãy theo thứ tự THPTCLS là

(A) $\dfrac{1}{7}$. (B) $\dfrac{1}{2\cdot 6!}$. (C) $\dfrac{2}{7!}$. (D) $\dfrac{1}{7!}$.

Lời giải.

Hoán vị 7 chữ cái này ta được 1 dãy 7 chữ cái, tuy nhiên trong đó có 2 chữ T giống nhau nên khi hoán vị 2 chữ T này cho nhau không tạo dãy mới.

Vì vậy sẽ có $n(\Omega) = \dfrac{7!}{2!}$ dãy khác nhau.

Xác suất để tạo thành dãy THPTCLS là $\mathrm{P} = \dfrac{1}{\frac{7!}{2!}} = \dfrac{2}{7!}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 34. Một lớp có 20 nam sinh và 23 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 5 học sinh đi test Co-vid. Tính xác suất P để 5 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

(A) $\mathrm{P} \approx 0{,}85$. (B) $\mathrm{P} \approx 0{,}97$. (C) $\mathrm{P} \approx 0{,}96$. (D) $P \approx 0{,}95$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \mathrm{C}_{43}^5$.
Gọi A là biến cố "5 học sinh được chọn có cả nam và nữ ".

Ta có $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{C}_{43}^5 - (\mathrm{C}_{20}^5 + \mathrm{C}_{23}^5)}{\mathrm{C}_{43}^5} \approx 0{,}95$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 35. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 30 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

(A) $\dfrac{14}{29}$. (B) $\dfrac{28}{29}$. (C) $\dfrac{7}{29}$. (D) $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Chọn hai số khác nhau từ 30 số nguyên dương đầu tiên có C_{30}^2 cách chọn.
Suy ra $n(\Omega) = \mathrm{C}_{30}^2$.
Gọi A là biến cố: "Chọn được hai số có tổng là một số chẵn".
Ta xét hai trường hợp

- TH1: Hai số được chọn là hai số lẻ có C_{15}^2 cách chọn.
- TH2: Hai số được chọn là hai số chẵn có C_{15}^2 cách chọn.

Suy ra $n(A) = \mathrm{C}_{15}^2 + \mathrm{C}_{15}^2$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_{15}^2 + \mathrm{C}_{15}^2}{\mathrm{C}_{30}^2} = \dfrac{14}{29}$.

Chọn đáp án (A) □

B II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau trong đó 2 số kề nhau không cùng là số chẵn?

Lời giải.

Gọi số đó là $A = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Theo đề bài, ta có A có nhiều nhất 3 chữ số chẵn.

- TH1: A có 1 chữ số chẵn.
  a_1 là số chẵn thì số cách chọn A là $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{P}_5$.
  a_1 là số lẻ thì số cách chọn A là $\mathrm{C}_5^1 \cdot (\mathrm{C}_5^1 \cdot \mathrm{C}_4^4) \cdot \mathrm{P}_5$.

- TH2: A có 2 chữ số chẵn.
  a_1 là số chẵn, suy ra a_2 lẻ thì số cách chọn A là $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^1 \cdot (\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_4^3) \cdot \mathrm{P}_4$.
  a_1 là số lẻ, có 6 cách chọn 2 vị trí không kề nhau của 2 chữ số chẵn.
  Suy ra Số cách chọn A là $\mathrm{C}_5^1 \cdot (\mathrm{C}_5^2 \cdot 6 \cdot \mathrm{P}_2) \cdot \mathrm{A}_4^3$.

- TH3: A có 3 chữ số chẵn.
  a_1 là số chẵn, suy ra a_2 lẻ, có 3 cách chọn 2 vị trí không kề nhau của 2 chữ số chẵn, suy ra Số cách chọn A là $\mathrm{C}_4^1 \cdot \mathrm{C}_5^1 \cdot (\mathrm{C}_4^2 \cdot 3 \cdot \mathrm{P}_2) \cdot A_4^2$.
  a_1 là số lẻ, có 1 cách chọn 2 vị trí không kề nhau của 2 chữ số chẵn.
  Suy ra số cách chọn A là $\mathrm{C}_5^1 \cdot (\mathrm{C}_5^3 \cdot 1 \cdot \mathrm{P}_3) \cdot \mathrm{A}_4^2$.

Suy ra tổng số trường hợp là 37800 cách. □

Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d\colon 4x+2y+1=0$ và điểm $A(1;1)$. Xác định tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng d.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;2)$ suy ra d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-2;4)$.
Ta có hình chiếu vuông góc của A lên d là H nên

$$\overrightarrow{AH}\cdot\vec{u}=0 \Leftrightarrow (t-1)\cdot(-2)+\left(-2t-\frac{3}{2}\right)\cdot 4=0 \Leftrightarrow -10t-4=0 \Leftrightarrow t=\frac{-2}{5}.$$

Vậy $H\left(\frac{-2}{5};\frac{3}{10}\right)$. □

Bài 3. Trong buổi sinh hoạt nhóm của lớp, tổ một có 12 học sinh gồm 4 học sinh nữ trong đó có Bí thư và 8 học sinh nam trong đó có Lớp trưởng. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 học sinh và phải có ít nhất 1 học sinh nữ. Xác suất để Bí thư và Lớp trưởng không ở cùng một nhóm là bao nhiêu?

Lời giải.

Theo yêu cầu bài toán ta cần chia tổ một thành ba nhóm, trong đó một nhóm có ít nhất một học sinh nữ, hai nhóm còn lại có vai trò như nhau. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là

$$n(\Omega)=\left(\mathrm{C}_4^2\cdot\mathrm{C}_8^2\right)\cdot\frac{\left(\mathrm{C}_2^1\cdot\mathrm{C}_6^3\right)\cdot\left(\mathrm{C}_1^1\cdot\mathrm{C}_3^3\right)}{2!}.$$

Gọi A là biến cố "Bí thư và Lớp trưởng cùng một nhóm ". Ta có các trường hợp sau

- **Trường hợp thứ nhất:** Bí thư và Lớp trưởng thuộc nhóm có 2 học sinh nữ.
  Số cách xếp là
  $$1\cdot\left(\mathrm{C}_3^1\cdot\mathrm{C}_7^1\right)\cdot\frac{\left(\mathrm{C}_2^1\cdot\mathrm{C}_6^3\right)\cdot\left(\mathrm{C}_1^1\cdot\mathrm{C}_3^3\right)}{2!}=420.$$

- **Trường hợp thứ hai:** Bí thư và Lớp trưởng thuộc nhóm đúng 1 học sinh nữ.
  Số cách xếp là
  $$1\cdot\left(\mathrm{C}_7^2\right)\cdot\left(\mathrm{C}_3^1\cdot\mathrm{C}_5^3\right)\cdot\left(\mathrm{C}_2^2\cdot\mathrm{C}_2^2\right)=630.$$

Suy ra $n(A)=420+630=1050$.
Vậy xác suất để Bí thư và Lớp trưởng cùng một nhóm là $\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1050}{3360}=\frac{5}{16}$.
Suy ra xác suất để Bí thư và Lớp trưởng không cùng một nhóm là $P(\overline{A})=1-\frac{5}{16}=\frac{11}{16}$. □

Bài 4. Cho hypebol $(H)\colon \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (H) sao cho MF_1 vuông góc với MF_2.

Lời giải.

Gọi $M(x;y)\in(H)\Rightarrow \dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1.\quad(1)$

Ta có

$$\begin{cases}a^2=16\\ b^2=9\end{cases}\Rightarrow c^2=a^2+b^2=25\Rightarrow c=5\Rightarrow F_1F_2=2c=10.$$

Vì $MF_1\perp MF_2$ nên tam giác MF_1F_2 vuông tại M.
Do đó M thuộc đường tròn (C) có đường kính F_1F_2.

(C) có $\begin{cases}\text{Tâm } (0;0)\\ \text{Bán kính } R=\dfrac{F_1F_2}{2}=5.\end{cases}\Rightarrow (C)\colon x^2+y^2=25.$

$M\in(C)\Rightarrow x^2+y^2=25.\quad(2)$

Từ (1) và (2), ta có

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1\\ x^2+y^2=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2=\dfrac{544}{25}\\ y^2=\dfrac{81}{25}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=\pm\dfrac{4\sqrt{34}}{5}\\ y=\pm\dfrac{9}{5}.\end{cases}$$

Vậy $M_1\left(\dfrac{4\sqrt{34}}{5};\dfrac{9}{5}\right)$; $M_2\left(-\dfrac{4\sqrt{34}}{5};\dfrac{9}{5}\right)$; $M_3\left(\dfrac{4\sqrt{34}}{5};-\dfrac{9}{5}\right)$; $M_4\left(-\dfrac{4\sqrt{34}}{5};-\dfrac{9}{5}\right)$.

□

BÀI 7. ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CHK2 - K10 NĂM 2023

A I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

(A) $I\left(\dfrac{x_A - x_B}{2}; \dfrac{y_A - y_B}{2}\right)$.
(B) $I\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.
(C) $I\left(\dfrac{x_A + x_B}{3}; \dfrac{y_A + y_B}{3}\right)$.
(D) $I\left(\dfrac{x_A + y_A}{2}; \dfrac{x_B + y_B}{2}\right)$.

Lời giải.

Ta có I là trung điểm của đoạn thẳng nên $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2}. \end{cases}$

Vậy $I\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 2. Giá trị gần đúng của $2\sqrt{8}$ chính xác đến hàng phần trăm là

(A) 5,656. (B) 5,65. (C) 5,66. (D) 5,657.

Lời giải.

Sử dụng máy tính cầm tay ta tính được $2\sqrt{8} = 5{,}656854249\ldots$.
Vậy số quy tròn là 5,66.
Chọn đáp án (C) □

Câu 3. Thống kê số cuốn sách mỗi bạn trong lớp đã đọc trong năm 2021, bạn Lan thu được kết quả như bảng sau.

Số cuốn sách	3	4	5	6	7
Số bạn	6	15	3	8	8

Mốt của mẫu số liệu trên bằng

(A) 7. (B) 5. (C) 6. (D) 4.

Lời giải.

Mốt của mẫu số liệu trên là 4
Chọn đáp án (D) □

Câu 4. Bảng sau cho biết thời gian chạy cự li 100 m của các bạn trong lớp (đơn vị giây)

Thời gian	12	13	14	15	16
Số bạn	4	7	3	18	8

Hãy tính thời gian chạy trung bình cự li 100 m của các bạn trong lớp.

(A) 14,094. (B) 14,245. (C) 14,475. (D) 14,75.

Lời giải.

Số bạn học sinh trong lớp là $n = 4 + 7 + 3 + 18 + 8 = 40$ (bạn).
Thời gian chạy trung bình cự li 100 m của các bạn trong lớp là

$$\overline{x} = \frac{4 \cdot 12 + 7 \cdot 13 + 3 \cdot 14 + 18 \cdot 15 + 8 \cdot 16}{40} = 14{,}475.$$

Chọn đáp án C □

Câu 5. Số ôtô đi qua một cây cầu mỗi ngày trong một tuần đếm được như sau 83; 74; 71; 79; 83; 69; 92. Phương sai và độ lệch chuẩn lần lượt là

A 78,71 và 8,87. **B** 52,99 và 7,28. **C** 61,82 và 7,86. **D** 55,63 và 7,46.

Lời giải.

Ta có $\overline{x} = \frac{1}{7}(69 + 71 + 74 + 79 + 83 \cdot 2 + 92) \approx 78{,}7$.
Phương sai:

$$S^2 = \frac{1}{7}\left[(69 - 78{,}7)^2 + (71 - 78{,}7)^2 + (74 - 78{,}7)^2 + 2 \cdot (83 - 78{,}7)^2 + (92 - 78{,}7)^2\right] \approx 55{,}63.$$

Độ lệch chuẩn $S = \sqrt{S^2} \approx 7{,}46$.
Chọn đáp án D □

Câu 6. Cho $\vec{a} = (0, 1)$, $\vec{b} = (-1; 2)$, $\vec{c} = (-3; -2)$. Tọa độ của $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$ là

A $(10; -15)$. **B** $(15; 10)$. **C** $(10; 15)$. **D** $(-10; 15)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c} = (10; 15)$.
Chọn đáp án C □

Câu 7. Kết quả đo chiều dài một cây cầu là $a = 152{,}65$ m với độ chính xác 0,05 m. Viết số quy tròn của số a và ước lượng sai số tương đối của số quy tròn đó.

A $152,7$ và $\delta_a < 0{,}033\%$. **B** $152{,}7$ và $\delta_a < 0{,}066\%$.
C $152{,}7$ và $\delta_a < 0{,}013\%$. **D** $152{,}7$ và $\delta_a = 0{,}065\%$.

Lời giải.

Vì độ chính xác đến hàng phần trăm nên ta quy tròn số a đến hàng phần chục là 152,7. Ta có $152{,}6 \le \overline{a} \le 152{,}7 \Rightarrow -0{,}1 \le \overline{a} - 152{,}7 \le 0$ hay $\Delta_a = |\overline{a} - 152{,}7| \le 0{,}1$.
Vậy sai số tương đối là $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \le \frac{0{,}1}{152{,}7} < 0{,}066\%$.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Trong một cuộc thi nghề, người ta ghi lại thời gian hoàn thành một sản phẩm của mười hai thí sinh theo thứ tự không giảm như sau

5	6	6	6	7	7	7	7	7	8	8	x

Tìm x biết số trung bình của thời gian thi nghề của các thí sinh trên là $\frac{109}{12}$.

A 35. **B** 33. **C** 34. **D** 36.

Lời giải.

Số trung bình là $\overline{x} = \frac{5 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + 2 \cdot 8 + x}{12} = \frac{109}{12} \Leftrightarrow x = 35$.

Chọn đáp án A □

Câu 9. Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua $M(-2;3)$ và có vec-tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-4)$ là

Ⓐ $\begin{cases}x=3-2t\\y=-4+t\end{cases}$.
Ⓑ $\begin{cases}x=-2-3t\\y=3+4t\end{cases}$.
Ⓒ $\begin{cases}x=-2+3t\\y=1+4t\end{cases}$.
Ⓓ $\begin{cases}x=1-2t\\y=-4+3t\end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng (d) đi qua $M(-2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-4)\Rightarrow\vec{u'}=(-3;4)$ có phương trình

$$\begin{cases}x=-2-3t\\y=3+4t.\end{cases}$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy đường thẳng đi qua $A(-1;4)$ và song song trục Ox

Ⓐ $x-1=0$.
Ⓑ $y+4=0$.
Ⓒ $x+1=0$.
Ⓓ $y-4=0$.

Lời giải.

Vì đường thẳng đi qua $A(-1;4)$ và song song trục Ox nên có véc tơ pháp tuyến $\vec{j}=(0;1)$ nên có phương trình $y-4=0$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Tính góc giữa hai đường thẳng $d_1\colon 2x+5y-2=0$ và $d_2\colon 3x-7y+3=0$.

Ⓐ 30°.
Ⓑ 135°.
Ⓒ 45°.
Ⓓ 60°.

Lời giải.

Đường thẳng $d_1\colon 2x+5y-2=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(2;5)$.
Đường thẳng $d_2\colon 3x-7y+3=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(3;-7)$.
Góc giữa hai đường thẳng được tính bằng công thức

$$\cos(d_1,d_2)=|\cos(\vec{n}_1,\vec{n}_2)|=\frac{|\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|\cdot|\vec{n}_2|}=\frac{|2\cdot 3+5\cdot(-7)|}{\sqrt{2^2+5^2}\cdot\sqrt{3^2+(-7)^2}}=\frac{29}{29\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Suy ra $(d_1;d_2)=45^\circ$.
Vậy góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 bằng 45°.
Chọn đáp án (C) □

Câu 12. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $d_1\colon\begin{cases}x=3-t\\y=4-t\end{cases}$ và $d_2\colon\begin{cases}x=1\\y=-11-2t\end{cases}$. Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 bằng

Ⓐ 60°.
Ⓑ 45°.
Ⓒ 90°.
Ⓓ 30°.

Lời giải.

Ta có đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(-1;-1)$, $\vec{u}_2=(0;-2)$.
Gọi φ là góc giữa d_1 và d_2. Ta có

$$\cos\varphi=\frac{|\vec{u}_1\cdot\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|\cdot|\vec{u}_2|}=\frac{|-1\cdot 0+2|}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow\varphi=45^\circ.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 13. Phương trình đường tròn có tâm $I(0;2)$ và bán kính $R=5$ là

Ⓐ $x^2+y^2-4y+21=0$.
Ⓑ $x^2+y^2+4y-21=0$.
Ⓒ $x^2+y^2-4y-21=0$.
Ⓓ $x^2+y^2-4x-21=0$.

Lời giải.

Phương trình đường tròn có tâm $I(0;2)$ và bán kính $R=5$ là

$$x^2+(y-2)^2=25 \Leftrightarrow x^2+y^2-4y-21=0.$$

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 14. Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C)\colon (x-1)^2+(y+2)^2=8$. Phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm $A(3;-4)$ là

Ⓐ $d\colon x+y+1=0$.
Ⓑ $d\colon x-2y-11=0$.
Ⓒ $d\colon x-y-7=0$.
Ⓓ $d\colon x-y+7=0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$.
Tiếp tuyến tại A có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\overrightarrow{IA}=(2;-2)$.
Phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại A là

$$2(x-3)-2(y+4)=0 \Leftrightarrow x-y-7=0.$$

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 15. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của một elip?

Ⓐ $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{25}=1$.
Ⓑ $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{25}=-1$.
Ⓒ $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{2}=1$.
Ⓓ $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{25}=0$.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của một elip có dạng $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ với $a^2>b^2>0$.

Chọn đáp án Ⓒ □

Câu 16. Lớp $10A$ có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh để tham gia vào đội thanh niên tình nguyện của trường biết rằng tất cả các bạn trong lớp đều có khả năng tham gia.

Ⓐ 40.
Ⓑ 25.
Ⓒ 15.
Ⓓ 10.

Lời giải.

Số cách chọn được 1 học sinh nam có 25.
Số cách chọn được 1 học sinh nữ có 15.
Vậy để chọn một học sinh trong lớp 10A tham gia vào đội thanh niên tình nguyện của trường có $25+15=40$.
Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 17. Có bao nhiêu số tự nhiên có 2 chữ số mà cả hai chữ số đều là lẻ

Ⓐ 50.
Ⓑ 25.
Ⓒ 20.
Ⓓ 10.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ là $\overline{ab}$.
Số cách chọn số a là 5 cách.
Số cách chọn số b là 5 cách.
Vậy có $5\cdot 5=25$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 18. Số cách xếp 3 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 7 chỗ ngồi là

A. $4! \cdot 3$. B. $7!$. C. $4! \cdot 3!$. D. $4!$.

Lời giải.

Xếp 3 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghê hàng ngang có 7 chỗ ngồi có $7!$ cách.
Chọn đáp án B □

Câu 19. Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

A. 10^3. B. 30. C. C_{10}^3. D. A_{10}^3.

Lời giải.

Số cách chọn 3 em học sinh là số cách chọn 3 phần tử khác nhau trong 10 phần tử có phân biệt có thứ tự nên số cách chọn thỏa yêu cầu là A_{10}^3.
Chọn đáp án D □

Câu 20. Tính số cách rút ra đồng thời hai con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con.

A. 1326. B. 104. C. 26. D. 2652.

Lời giải.

Số cách rút ra đồng thời hai con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con $\mathrm{C}_{52}^2 = 1326$.
Chọn đáp án A □

Câu 21. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1+3x)^4$, số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x là

A. $108x$. B. $54x^2$. C. 1. D. $12x$.

Lời giải.

Ta có $(1+3x)^4 = \sum\limits_{k=0}^{4} \mathrm{C}_4^k (3x)^k = \sum\limits_{k=0}^{4} \mathrm{C}_4^k 3^k x^k$.
Do đó số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x ứng với $k=1$, tức là $\mathrm{C}_4^1 3^1 x = 12x$.
Chọn đáp án D □

Câu 22. Xếp 7 học sinh A, B, C, D, E, F, G vào một chiếc bàn dài có đúng 7 ghế. Tính xác suất để học sinh D không ngồi đầu bàn.

A. $\dfrac{4}{7}$. B. $\dfrac{7}{3}$. C. $\dfrac{3}{7}$. D. $\dfrac{5}{7}$.

Lời giải.

Xét phép thử: "Xếp 7 học sinh vào 7 ghế", ta có $n(\Omega) = 7! = 5040$.
Gọi K là biến cố: "Xếp D không ngồi đầu bàn".
Ta tìm $n(K)$
Xếp D vào bàn sao cho D không ngồi đầu bàn, có 5 cách xếp.
Xếp 6 học sinh còn lại vào 6 ghế còn lại, có $6! = 720$ cách xếp.
Vậy số cách xếp sao cho D không ngồi đầu bàn là $n(K) = 5 \cdot 720 = 3600$ cách.
Xác suất cần tìm là $\mathrm{P}(K) = \dfrac{n(K)}{n(\Omega)} = \dfrac{3600}{5040} = \dfrac{5}{7}$.
Chọn đáp án D □

Câu 23. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên nhỏ hơn 15. Tính xác suất để chọn được số chẵn

(A) $\dfrac{8}{15}$. (B) $\dfrac{1}{2}$. (C) $\dfrac{7}{15}$. (D) $\dfrac{4}{7}$.

Lời giải.

Ta có tập các số tự nhiên nhỏ hơn 15 là $S = \{0; 1; 2; 3; \ldots; 14\}$ nên có 7 số lẻ và 8 số chẵn.
Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 15$.

Gọi A là biến cố "Chọn được số chẵn"thì $n(A) = 8 \Rightarrow \mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{8}{15}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 24. Từ một hộp chứa 11 quả cầu màu đỏ và 4 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được3 quả cầu màu xanh bằng

(A) $\dfrac{24}{455}$. (B) $\dfrac{4}{165}$. (C) $\dfrac{4}{455}$. (D) $\dfrac{24}{165}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^3$.
Gọi A là biến cố "lấy được 3 quả cầu màu xanh"suy ra $n(A) = \mathrm{C}_4^3$.

Vậy xác suất để lấy ra được 3 quả cầu màu xanh là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{\mathrm{C}_4^3}{\mathrm{C}_{15}^3} = \dfrac{4}{455}$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 25. Cho 2 điểm $A(1; 2)$, $B(3; 4)$. Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

(A) $x + y + 5 = 0$. (B) $x - y - 5 = 0$. (C) $2x + 2y - 5 = 0$. (D) $x + y - 5 = 0$.

Lời giải.

Giả sử Δ là đường trung trực của $AB \Rightarrow \Delta \perp AB$ tại trung điểm M của AB.

Tọa độ trung điểm M củaAB là $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow M(2; 3)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 2) = 2(1; 1) \Rightarrow \vec{n}_\Delta = (1; 1)$ là một vec-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ.
Suy ra phương trình tổng quát đường trung trực Δ của đoạn thẳng AB là $x + y - 5 = 0$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 26. Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d_1 \colon 3x - 4y - 3 = 0$ và $d_2 \colon 3x - 4y - 8 = 0$ là

(A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Lời giải.

Lấy $A(0; -2) \in d_2$.

Do $d_1 \mathbin{/\!/} d_2$ nên $\mathrm{d}(d_1, d_2) = d(A, d_1) = \dfrac{|-3 \cdot 0 - 4 \cdot (-2) - 3|}{\sqrt{-3^2 + (-4)^2}} = 1$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 27. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C) \colon x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$ phương trình tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $\Delta \colon 3x + 4y + 9 = 0$ là

(A) $4x - 3y + 30 = 0$ và $4x - 3y - 20 = 0$. (B) $4x - 3y + 20 = 0$ và $4x - 3y - 30 = 0$.

Ⓒ $4x - 3y - 30 = 0$ và $4x - 3y - 20 = 0$. Ⓓ $4x - 3y + 20 = 0$ và $4x - 3y + 30 = 0$.

Lời giải.

Đường tròn (C) có tâm $I(2;1)$ và bán kính $R = \sqrt{2^2 + 1^2 + 20} = 5$.
Đường thẳng d vuông góc với $\Delta\colon 3x + 4y + 9 = 0 \Rightarrow d\colon 4x - 3y + m = 0$.
d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi

$$\begin{aligned} & d(I,d) = R \\ \Leftrightarrow\ & \frac{|4\cdot 2 - 3\cdot 1 + m|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 5 \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} m - 5 = 25 \\ m - 5 = -25 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 30 \\ m = -20 \end{array}\right. \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} d\colon 4x - 3y + 30 = 0 \\ d\colon 4x - 3y - 20 = 0. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 28. Cho tam giác ABC có $A(1;-1), B(3;2),\ C(5;-5)$. Toạ độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

Ⓐ $\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$. Ⓑ $\left(\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$. Ⓒ $\left(-\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$. Ⓓ $\left(-\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$.

Lời giải.

Gọi $I(x;y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
Ta có

$$\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-3)^2 + (y-2)^2 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-5)^2 + (y+5)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 11 \\ 8x - 8y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{47}{10} \\ y = -\frac{13}{10}. \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right).$$

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 29. Cho của hypebol $(H)\colon \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1$. Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?

Ⓐ 8. Ⓑ 16. Ⓒ 4. Ⓓ 5.

Lời giải.

Gọi F_1 và F_2 là hai tiêu điểm của $(H)\colon \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1,\ (a > 0, b > 0)$.
Điểm $M \in (H) \Leftrightarrow |MF_1 - MF_2| = 2a$.
Từ phương trình $(H)\colon \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1$ suy ra $a^2 = 16 \Rightarrow a = 4, (a > 0)$.
Vậy hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm M nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối là $|MF_1 - MF_2| = 2a = 8$.
Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 30. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

Ⓐ 952. Ⓑ 1800. Ⓒ 1008. Ⓓ 1620.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{abcd}$. Do chia hết cho 5 nên $d \in \{0;5\}$.

- Trường hợp 1: với $d = 0$ ta có
  Chọn d có 1 cách.
  Chọn a có 9 cách.
  Chọn b có 8 cách.
  Chọn c có 7 cách.
  Vậy trường hợp 1 có $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$ số.
- Trường hợp 2: với $d = 5$ ta có
  Chọn d có 1 cách.
  Chọn a có 8 cách.
  Chọn b có 8 cách.
  Chọn c có 7 cách.
  Vậy trường hợp 1 có $8 \cdot 8 \cdot 7 = 448$ số.

Vậy có $504 + 448 = 952$ số thỏa yêu cầu bài toán.
Chọn đáp án (A) □

Câu 31. Có 5 nhà toán học nam, 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý nam. Lập một đoàn công tác có 3 người cần có cả nam và nữ, trong đó có cả nhà toán học và nhà vật lý. Hỏi có bao nhiêu cách lập?

Ⓐ 60. Ⓑ 90. Ⓒ 20. Ⓓ 12.

Lời giải.

Để lập đội công tác ta chia làm các trường hợp sau:

- Số cách chọn đội công tác gồm 1 nhà toán học nam, 1 nhà toán học nữ, 1 nhà vật lý nam có $5 \cdot 3 \cdot 4 = 60$ cách.
- Số cách chọn đội công tác gồm 1 nhà toán học nữ, 2 nhà vật lý nam có $3 \cdot \mathrm{C}_4^2 = 18$ cách.
- Số cách chọn đội công tác gồm 2 nhà toán học nữ, 1 nhà vật lý nam có $\mathrm{C}_3^2 \cdot \mathrm{C}_4^1 = 12$ cách.

Vậy số cách lập là $60 + 18 + 12 = 90$ cách.
Chọn đáp án (B) □

Câu 32. Cho tứ giác $ABCD$. Trên mỗi cạnh AB, BC, CD, DA lấy 7 điểm phân biệt và không có điểm nào trùng với 4 đỉnh A, B, C, D. Hỏi từ 32 điểm đã cho lập được bao nhiêu tam giác?

Ⓐ 4960. Ⓑ 4624. Ⓒ 7140. Ⓓ 6804.

Lời giải.

Số tam giác lập được là số cách chọn 3 điểm trong 32 điểm đã cho sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng.
Số cách chọn 3 điểm như trên là $\mathrm{C}_{32}^3 - 4\mathrm{C}_9^3 = 4624$.
Số tam giác lập được thoả mãn đề bài là 4624.
Chọn đáp án (B) □

Câu 33. Trong một lớp học gồm có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là

(A) $\dfrac{68}{75}$. (B) $\dfrac{65}{71}$. (C) $\dfrac{443}{506}$. (D) $\dfrac{69}{77}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{35}^4 = 52360$.
Số cách gọi 4 học sinh lên bảng giải bài tập mà cả 4 bạn đều là nữ là C_{17}^4.
Số cách gọi 4 học sinh lên bảng giải bài tập mà cả 4 bạn đều là nam là C_{18}^4.
Gọi A là biến cố: "4 học sinh được gọi có cả nam và nữ".
Suy ra $n(A) = \mathrm{C}_{35}^4 - (\mathrm{C}_{17}^4 + \mathrm{C}_{18}^4) = 46920$.
Vậy xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là

$$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{46920}{52360} = \frac{69}{77}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 34. Chọn ngẫu nhiên hai số phân biệt từ 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để tích hai số được chọn là một số chẵn bằng

(A) $\dfrac{1}{5}$. (B) $\dfrac{4}{15}$. (C) $\dfrac{4}{5}$. (D) $\dfrac{11}{15}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{15}^2 = 105$.
Gọi A là biến cố: "Tích hai số được chọn là một số chẵn".
Trường hợp 1: Chọn hai số đều là số chẵn. Số cách chọn $\mathrm{C}_7^2 = 21$.
Trường hợp 2: Chọn một số chẵn và một số lẻ. Số cách chọn $\mathrm{C}_7^1 \cdot \mathrm{C}_8^1 = 56$.
Do đó $n(A) = \mathrm{C}_7^2 + C_7^1 \cdot \mathrm{C}_8^1 = 77$.
Suy ra $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{77}{105} = \dfrac{11}{15}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 35. Từ một tổ gồm 10 nam và 8 nữ chọn ra một đoàn đại biểu gồm 6 người để tham dự hội nghị. Xác suất để đoàn đại biểu được chọn có đúng 2 nữ bằng

(A) $\dfrac{151}{221}$. (B) $\dfrac{35}{221}$. (C) $\dfrac{70}{221}$. (D) $\dfrac{29}{221}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên một đoàn đại biểu gồm 6 người từ tổ gồm 18 người.
Ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{18}^6$.
Gọi A là biến cố trong 6 đại biểu được chọn có đúng 2 người là nữ.
Chọn 2 đại biểu nữ từ 8 đại biểu nữ có C_8^2 cách.
Chọn 4 đại biểu nam từ 10 đại biểu nam có C_{10}^4 cách.
Từ đó có $n(A) = \mathrm{C}_8^2 \cdot \mathrm{C}_{10}^4$.
Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{\mathrm{C}_8^2 \cdot \mathrm{C}_{10}^4}{\mathrm{C}_{18}^6} = \dfrac{70}{221}$.

Chọn đáp án (C) □

B II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A, đồng thời có đúng 2 chữ số lẻ và 2 chữ số lẻ đó đứng cạnh nhau.

Lời giải.

Vì 2 chữ số lẻ đứng kề nhau nên ta gom 2 số lẻ thành số M, có $\mathrm{C}_3^2 = 3$ bộ M. Gọi số cần chọn có dạng $\overline{abcd}$ với $d \in \{0; 2; 4; 6\}$.

- Trường hợp 1. $d = 0$, suy ra d có 1 cách chọn.
  - Có 3 vị trí để xếp chữ số M, ứng với mỗi cách xếp M có $2!$ cách xếp hai phần tử trong M.
  - Chọn thứ tự 2 chữ số từ tập $\{2; 4; 6\}$ để xếp vào 2 vị trí trống còn lại, có A_3^2 cách.

  Do đó trường hợp này có $1 \cdot 3 \cdot 2! \cdot A_3^2 = 36$ số.
- Trường hợp 2. $d \in \{2; 4; 6\}$, suy ra d có 3 cách chọn.
  - Nếu xếp M vào vị trí đầu tiên nên có 1 cách, ứng với cách xếp này có $2!$ cách xếp hai phần tử trong M. Chọn 2 chữ số từ tập 3 chữ số còn lại để xếp vào 2 vị trí trống còn lại, có A_3^2 cách.
    Suy ra có tất cả $3 \cdot 1 \cdot 2! \cdot A_3^2 = 36$ số.
  - Nếu xếp M vào vị trí thứ 2 hoặc thứ 3 thì có 2 cách, ứng với cách xếp này có $2!$ cách xếp hai phần tử trong M.
    Chọn 2 chữ số từ tập 3 chữ số còn lại để xếp vào 2 vị trí trống còn lại, có A_3^2 cách.
    Do đó $3 \cdot 2 \cdot 2! \cdot A_3^2 = 72$ số. Xét riêng trường hợp chữ số 0 đứng đầu thì có $3 \cdot 2 \cdot 2! \cdot A_2^1 = 24$ số. Suy ra có $72 - 24 = 48$ số.

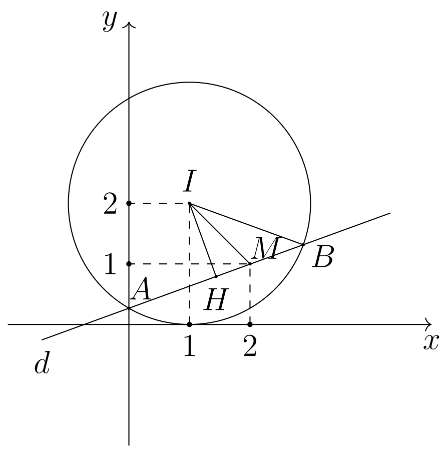
  Do đó trường hợp này có $36 + 48 = 84$ số.

Vậy có $3 \cdot (36 + 84) = 360$ số thỏa mãn.

□

Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(2; 1)$ và đường tròn $(C)\colon (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Viết phương trình đường thẳng (d) qua điểm M và cắt (C) tại hai điểm phân biệt $A; B$ sao cho độ dài AB ngắn nhất.

Lời giải.



Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$, bán kính $R=2$.
$IM=\sqrt{2}<R=2$ nên điểm M nằm trong đường tròn.
Giả sử gọi H là trung điểm của AB.
Ta có $AB=2HB=2\cdot\sqrt{IB^2-IH^2}=2\sqrt{4-IH^2}$.
Vì $IH\le IM=\sqrt{2}$ nên $AB=2\sqrt{4-IH^2}\ge 2\sqrt{4-IM^2}=2\sqrt{2}$ do đó AB ngắn nhất khi $IH=IM$.
Lúc đó đường thẳng d qua $M(2;1)$ và nhận $\overrightarrow{IM}=(1;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến

$$(d)\colon 1(x-2)-1(y-1)=0 \Leftrightarrow (d)\colon -x+y+1=0 \Rightarrow a=-1; c=1.$$

□

Bài 3. Xếp 5 quyển sách Toán và 5 quyển sách Văn khác nhau lên một kệ dài. Tính xác suất để 2 quyển sách cùng một môn nằm cạnh nhau.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=10!$.
Đặt biến cố A: "Có hai quyển sách cùng môn nằm cạnh nhau".
Khi đó $\bar{A}$: "Các quyển sách cùng môn không nằm cạnh nhau". Ta có

$$\begin{aligned} n(\bar{A}) &= 2\cdot 5!\cdot 5! \\ n(A) &= n(\Omega)-n(\bar{A})=10!-2\cdot 5!\cdot 5!=3600000 \\ \Rightarrow \mathrm{P}(A) &= \frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{125}{126}. \end{aligned}$$

□

Bài 4. Vệ tinh nhân tạo đầu tiên được Liên Xô phóng từ Trái Đất năm 1957. Quỹ đạo của vệ tinh đó là một đường elip nhận tâm Trái Đất là một tiêu điểm có phương trình quỹ đạo là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1, a>0, b>0, c^2=a^2-b^2$. Người ta đo được vệ tinh cách bề mặt Trái Đất gần nhất là 583 dặm và xa nhất là 1342 dặm. Tìm tỷ số $\dfrac{c}{a}$, biết bán kính của Trái Đất xấp xỉ 4000 dặm.

Lời giải.

Chọn hệ trục toạ độ sao cho tâm Trái Đất trùng với tiêu điểm F_1 của elip.
Khi đó elip có phương trình là $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1, a>0, b>0$.
Theo đề bài, ta có vệ tinh cách bề mặt Trái Đất gần nhất là 583 dặm và xa nhất là 1342 dặm, mà bán kính của Trái Đất xấp xỉ 4000 dặm nên vệ tinh cách tâm Trái Đất gần nhất là 4583 dặm và xa nhất là 5342 dặm.
Giả sử vệ tinh được biểu thị là điểm $M(x;y)$.
Khi đó khoảng cách từ vệ tinh đến tâm Trái Đất là $MF_1=a+\dfrac{c}{a}x$.
Và ta có $a-c\le MF_1\le a+c$.
Vậy khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất từ vệ tinh đến tâm Trái Đất lần lượt là $a-c$ và $a+c$

$$\begin{cases} a-c=4583 \\ a+c=5342 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4962{,}5 \\ c=379{,}5. \end{cases}$$

Suy ra $\dfrac{c}{a}\approx 0{,}076$. □

BÀI 8. ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CHK2 - K10 NĂM 2023

A I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(5;2)$, $B(10;8)$. Tìm tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB}$?

A) $\overrightarrow{AB}=(15;10)$. B) $\overrightarrow{AB}=(2;4)$. C) $\overrightarrow{AB}=(5;6)$. D) $\overrightarrow{AB}=(50;16)$.

Lời giải.

Áp dụng công thức $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A)=(5;6)$.
Chọn đáp án C □

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi $E(-2;0)$, $F\left(0;2\sqrt{3}\right)$ lần lượt là hình chiếu của điểm M lên các trục tọa độ Ox, Oy. Độ dài của véc-tơ $\overrightarrow{OM}$ là

A) $2\sqrt{2}$. B) 4. C) 2. D) $\sqrt{3}$.

Lời giải.

Tọa độ của điểm $M\left(-2;2\sqrt{3}\right)$.

Độ dài của véc-tơ $\overrightarrow{OM}$ là $\left|\overrightarrow{OM}\right|=\sqrt{(-2)^2+\left(2\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{16}=4$.

Chọn đáp án B □

Câu 3. Khi sử dụng máy tính bỏ túi với 10 chữ số thập phân ta được $\sqrt{8}=2{,}828427125$. Giá trị gần đúng của $\sqrt{8}$ chính xác đến hàng phần trăm là

A) 2,81. B) 2,83. C) 2,82. D) 2,80.

Lời giải.

Giá trị gần đúng của $\sqrt{8}=2,828427125$ chính xác đến hàng phần trăm là $2,83$.
Chọn đáp án B □

Câu 4. Hãy tìm trung vị cho mẫu số liệu điểm kiểm tra môn Toán của Lớp 11B như sau:

3	5	6	7	1	10	3	4

A) 4,5. B) 4. C) 5. D) $5,5$.

Lời giải.

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được

$$1 \quad 3 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 10$$

Suy ra trung vị là $\dfrac{4+5}{2}=4{,}5$.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Người ta đã thống kê số gia cầm bị tiêu hủy trong vùng dịch của 6 xã A, B,...,F như sau (đơn vị: nghìn con)

Xã	A	B	C	D	E	F
Số lượng gia cầm bị tiêu hủy	12	25	27	15	45	5

Tìm trung vị cho mẫu số liệu về số gia cầm bị tiêu huỷ đã cho.

A. 20. B. 21. C. $21,5$. D. 27.

Lời giải.

Sắp xếp mẫu số liệu đã cho theo thứ tự không giảm ta được: 5 12 15 25 27 45.

Mẫu số liệu đã cho có 6 giá trị nên trung vị của mẫu đó là $\dfrac{15+25}{2}=20$.

Chọn đáp án A □

Câu 6. Nhiệt độ của thành phố Vinh ghi nhận trong 10 ngày qua lần lượt là

$$24 \quad 21 \quad 30 \quad 34 \quad 28 \quad 35 \quad 33 \quad 36 \quad 25 \quad 27$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng

A. $\Delta_Q=12$. B. $\Delta_Q=11$. C. $\Delta_Q=13$. D. $\Delta_Q=9$.

Lời giải.

Ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được

$$21 \quad 24 \quad 25 \quad 27 \quad 28 \quad 30 \quad 33 \quad 34 \quad 35 \quad 36.$$

Mẫu số liệu gồm 10 giá trị nên số trung vị là $Q_2=(28+30):2=29$.
Nửa số liệu bên trái là 21; 24; 25; 27; 28 gồm 5 giá trị, số chính giữa là 25.
Khi đó $Q_1=25$.
Nửa số liệu bên phải là 30; 33; 34; 35; 36 gồm 5 giá trị, số chính giữa là 34.
Khi đó $Q_3=34$.
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $\Delta_Q=Q_3-Q_1=34-25=9$.
Chọn đáp án D □

Câu 7. Mẫu số liệu cho biết lượng điện tiêu thụ (đơn vị KW) hàng tháng của gia đình bạn An trong năm 2021 như sau:
163 165 159 172 167 168 170 161 164 174 170 166
Trong năm 2022 nhà bạn An giảm mức tiêu thụ điện mỗi tháng là 10 KW. Gọi $\Delta_Q;\Delta'_Q$ lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu tiêu thụ điện năm 2021 và năm 2022. Đẳng thức nào sau đây là đúng

A. $\Delta_Q=\Delta'_Q$. B. $\Delta'_Q=\Delta_Q-10$. C. $\Delta_Q=\Delta'_Q-10$. D. $\Delta'_Q=\Delta_Q-20$.

Lời giải.

Sắp xếp mẫu số liệu năm 2021 theo thứ tự không giảm, ta được

$$159 \quad 161 \quad 163 \quad 164 \quad 165 \quad 166 \quad 167 \quad 168 \quad 170 \quad 170 \quad 172 \quad 174.$$

Mẫu số liệu gồm 12 giá trị nên số trung vị là $Q_2=(166+167):2=166,5$.
Nửa số liệu bên trái là 159; 161; 163; 164; 165; 166 gồm 6 giá trị.
Khi đó $Q_1=(163+164):2=163,5$.
Nửa số liệu bên phải là 167; 168; 170; 170; 172; 174 gồm 6 giá trị.

Khi đó $Q_3 = 170$.
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 170 - 163,5 = 6,5$.
Sắp xếp mẫu số liệu năm 2022 theo thứ tự không giảm, ta được

$$149 \quad 151 \quad 153 \quad 154 \quad 155 \quad 156 \quad 157 \quad 158 \quad 160 quad 160 \quad 162 \quad 164.$$

Mẫu số liệu gồm 12 giá trị nên số trung vị là $Q_2 = (156 + 157) : 2 = 156,5$.
Nửa số liệu bên trái là 149; 151; 153; 154; 155; 156 gồm 6 giá trị.
Khi đó $Q_1 = (153 + 154) : 2 = 153,5$.
Nửa số liệu bên phải là 157; 158; 160; 160; 162; 164 gồm 6 giá trị.
Khi đó $Q_3 = 160$.
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $\Delta'_Q = Q_3 - Q_1 = 160 - 153,5 = 6,5$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 8. Các giá trị bất thường của mẫu số liệu 5, 6, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 31, 35, 38, 42 là
(A) $5, 42$. (B) $5, 6, 38, 42$. (C) $5, 6, 42$. (D) $5, 35, 38, 42$.

Lời giải.

Mẫu số liệu có các tứ phân vị $Q_1 = 21$, $Q_2 = 25$, $Q_3 = 31$.
Suy ra khoảng tứ phân vị $\Delta Q = 10$.
Khi đó $Q_1 - \frac{3}{2}\Delta Q = 6$, $Q_1 + \frac{3}{2}\Delta Q = 41$ nên các giá trị 5, 42 là các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên.
Chọn đáp án (A) □

Câu 9. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;4)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;3)$ có phương trình tổng quát là
(A) $2x + 3y - 14 = 0$. (B) $2x + 3y + 10 = 0$.
(C) $-x + 4y - 10 = 0$. (D) $-x + 4y + 10 = 0$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;4)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;3)$ có phương trình tổng quát là $2(x-1) + 3(y-4) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 14 = 0$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 10. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(-2;5)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB.
(A) $5x + 2y + 15 = 0$. (B) $2x - 5y + 20 = 0$.
(C) $5x - 2y + 20 = 0$. (D) $2y - 5x + 20 = 0$.

Lời giải.

Gọi $A \in Ox \Rightarrow A(x_A;0)$ và $B \in Oy \Rightarrow B(0;y_B)$.
Vì M là trung điểm của AB nên ta có $\begin{cases} x_A + x_B = 2x_M \\ y_A + y_B = 2y_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = -4 \\ y_B = 10. \end{cases}$
Suy ra phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x}{-4} + \dfrac{y}{10} = 1 \Leftrightarrow 5x - 2y + 20 = 0$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 11. Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta\colon x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $\Delta'\colon x + \sqrt{3}y - 1 = 0$.
(A) $90°$. (B) $120°$. (C) $60°$. (D) $30°$.

Lời giải.

Δ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = \left(1; -\sqrt{3}\right)$, Δ' có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = \left(1; \sqrt{3}\right)$.

Khi đó $\cos\left(\Delta; \Delta'\right) = \left|\cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2)\right| = \dfrac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\overrightarrow{n_1}| \cdot |\overrightarrow{n_2}|} = \dfrac{\left|1 \cdot 1 + \left(-\sqrt{3}\right)\sqrt{3}\right|}{\sqrt{1^2 + \left(-\sqrt{3}\right)^2} \cdot \sqrt{1^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2}} = \dfrac{|-2|}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{4}} = \dfrac{1}{2}$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng Δ, Δ' là $60°$.

Chọn đáp án C □

Câu 12. Tìm côsin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1\colon 4x - 3y + 1 = 0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 6 + 6t \\ y = 1 - 8t \end{cases}$.

A. $\dfrac{7}{25}$. B. 1. C. $\dfrac{24}{25}$. D. $\dfrac{6}{25}$.

Lời giải.

Ta có vec tơ pháp tuyến của hai đường thẳng là $\vec{n}_{\Delta_1} = (4; -3)$, $\vec{n}_{\Delta_2} = (8; 6)$.

Suy ra $\cos\left(\Delta_1, \Delta_2\right) = \left|\cos\left(\vec{n}_{\Delta_1}, \vec{n},_{\Delta_2}\right)\right| = \left|\dfrac{4.8 - 3.6}{\sqrt{4^2 + (-3)^2} \cdot \sqrt{8^2 + 6^2}}\right| = \dfrac{7}{25}$.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C)\colon (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

A. Tâm $I\left(-1; 2\right)$, bán kính $R = 3$.
B. Tâm $I\left(-1; 2\right)$, bán kính $R = 9$.
C. Tâm $I\left(1; -2\right)$, bán kính $R = 3$.
D. Tâm $I\left(1; -2\right)$, bán kính $R = 9$.

Lời giải.

Đường tròn $(C)\colon (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ có tâm $I\left(-1; 2\right)$, bán kính $R = 3$.

Chọn đáp án A □

Câu 14. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, phương trình đường tròn có tâm $I\left(3; 1\right)$ và đi qua điểm $M\left(2; -1\right)$ là

A. $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = \sqrt{5}$.
B. $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = \sqrt{5}$.
C. $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 5$.
D. $(x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 5$.

Lời giải.

Vì đường tròn có tâm $I\left(3; 1\right)$ và đi qua điểm $M\left(2; -1\right)$ nên bán kính của đường tròn là

$$R = MI = \sqrt{(3 - 2)^2 + (1 + 1)^2} = \sqrt{5}.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 5$.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình chính tắc của parabol?

A. $y^2 = 3x$. B. $y^2 = 4x$. C. $y^2 = 5x$. D. $y = 4x^2$.

Lời giải.

Phương trình chính tắc của parabol có dạng $y^2 = 2px$ với $p > 0$.

Chọn đáp án D □

Câu 16. Trong kì thi vấn đáp môn toán lớp 11, Ban giám khảo đã chuẩn bị 25 câu đại số, 15 câu hình học và 10 câu giải tích. Thí sinh được quyền chọn một câu để trả lời. Số khả năng chọn câu hỏi của mỗi thí sinh là

A. 3750. B. 50. C. 375. D. 150.

Lời giải.

Công việc chọn câu hỏi của thí sinh được hoàn thành bởi một trong các hành động: chọn 1 câu hỏi đại số, chọn 1 câu hỏi hình học, chọn 1 câu hỏi giải tích.

Theo quy tắc cộng có $25 + 15 + 10 = 50$ khả năng chọn câu hỏi cho mỗi thí sinh.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

A. 90. B. 70. C. 80. D. 60.

Lời giải.

Số cách chọn 1 cái bút là 10.

Số cách chọn 1 quyển sách là 8.

Vậy theo quy tắc nhân, số cách chọn 1 cái bút và 1 quyển sách là $10 \cdot 8 = 80$.

Chọn đáp án C □

Câu 18. Số cách sắp xếp 9 học sinh ngồi vào một dãy gồm 9 ghế là

A. $9!$. B. 9. C. 1. D. 9^9.

Lời giải.

Số cách xếp cần tìm là $P_9 = 9!$.

Chọn đáp án A □

Câu 19. Năm 2021, cuộc thi Hoa hậu Hòa bình Quốc tế lần thứ 9 được tổ chức tại Thái Lan và có tổng cộng 59 thí sinh tham gia. Hỏi có bao nhiêu các chọn ra 5 người bao gồm một Hoa hậu và bốn Á hậu 1, 2, 3, 4?

A. A_{59}^5. B. C_{59}^5. C. $A_{59}^1 + A_{58}^4$. D. $C_{59}^1.C_{58}^4$.

Lời giải.

Số cách chọn một Hoa hậu và bốn Á hậu 1, 2, 3, 4 sẽ tương ứng chọn 5 người trong 59 người có phân biệt thứ tự.

Suy ra số cách chọn là A_{59}^5.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Số tam giác trong có đỉnh là 3 trong số 15 đã cho là

A. C_{15}^3. B. $15!$. C. 15^3. D. A_{15}^3.

Lời giải.

Ta chọn ba điểm bất kì trong 15 điểm đã cho thành lập được một tam giác, suy ra số tam giác được tạo thành là C_{15}^3.

Chọn đáp án A □

Câu 21. Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(x+2y)^4$.

A. 32. B. 8. C. 24. D. 16.

Lời giải.

Ta có $(x+2y)^4 = \sum\limits_{k=0}^{4} \mathrm{C}_4^k x^{4-k}(2y)^k = \sum\limits_{k=0}^{4} \mathrm{C}_4^k 2^k x^{4-k} y^k$.

Số hạng chứa x^2y^2 trong khai triển trên ứng với $\begin{cases} 4-k=2 \\ k=2 \end{cases} \Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của x^2y^2 trong khai triển của $(x+2y)^4$ là $\mathrm{C}_4^2 \cdot 2^2 = 24$.

Chọn đáp án C □

Câu 22. Một bình đựng 5 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 3 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Xác suất để được 3 quả cầu khác màu là

A. $\dfrac{3}{7}$. B. $\dfrac{3}{5}$. C. $\dfrac{3}{14}$. D. $\dfrac{3}{11}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố "chọn được 3 quả cầu khác màu".

Suy ra $n(A) = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$.

Suy ra $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3}{11}$.

Chọn đáp án D □

Câu 23. Có 30 chiếc thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ, tính xác suất để chọn được thẻ ghi số chia hết cho 3.

A. $\dfrac{1}{3}$. B. $\dfrac{1}{2}$. C. $\dfrac{3}{10}$. D. $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $n(\Omega) = \mathrm{C}_{30}^1$.

Gọi A là biến cố: "thẻ ghi số chia hết cho 3".

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\} \Rightarrow n(A) = 10$.

Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{10}{30} = \dfrac{1}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 24. Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu xanh bằng

A. $\dfrac{1}{6}$. B. $\dfrac{1}{30}$. C. $\dfrac{3}{5}$. D. $\dfrac{2}{5}$.

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ 10 quả bóng đã cho có C_{10}^3 cách.

Lấy được 3 quả màu xanh từ 6 quả màu xanh đã cho có C_6^3 cách.

Vậy xác suất để lấy được 3 quả màu xanh là $\mathrm{P} = \dfrac{\mathrm{C}_6^3}{\mathrm{C}_{10}^3} = \dfrac{1}{6}$.

Chọn đáp án A □

Câu 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;1)$. Đường thẳng d đi qua B và song song với AC có phương trình tổng quát là

- **A** $x - 15y + 15 = 0$.
- **B** $5x + y - 3 = 0$.
- **C** $x + 5y - 15 = 0$.
- **D** $5x + y + 3 = 0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AC} = (-5;1)$.
Vì đường thẳng d song song với AC nên d nhận $\overrightarrow{AC}$ là véc-tơ chỉ phương.
Suy ra véc-tơ pháp tuyến của d là $\vec{n} = (1;5)$.
Phương trình đường thẳng d qua $B(0;3)$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;5)$ là

$$1(x-0) + 5(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + 5y - 15 = 0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 26. Trong mặt phẳng Oxy cho 3 điểm $A(1;4)$, $B(3;-1)$, $C(6;2)$ không thẳng hàng. Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BC.

- **A** $\mathrm{d}(A;BC) = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.
- **B** $\mathrm{d}(A;BC) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
- **C** $\mathrm{d}(A;BC) = \dfrac{\sqrt{2}}{7}$.
- **D** $\mathrm{d}(A;BC) = \dfrac{7\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Đường thẳng BC có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{BC} = (3;3) \Rightarrow$ một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1)$.
Phương trình đường thẳng BC đi qua $B(3;-1)$; nhận véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(1;-1)$ là

$$1(x-3) - 1(y+1) = 0 \Leftrightarrow x - y - 4 = 0.$$

Khoảng cách từ điểm $A(1;4)$ đến đường thẳng $BC\colon x - y - 4 = 0$ là

$$\mathrm{d}(A;BC) = \frac{|1-4-4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 27. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(5;3)$ và có tâm I thuộc trục hoành có phương trình là

- **A** $(x+4)^2 + y^2 = 10$.
- **B** $(x-4)^2 + y^2 = 10$.
- **C** $(x-4)^2 + y^2 = \sqrt{10}$.
- **D** $(x+4)^2 + y^2 = \sqrt{10}$.

Lời giải.

Gọi $I(x;0) \in Ox$.
Ta có $IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (1-x)^2 + 1^2 = (5-x)^2 + 3^2$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + 1 = x^2 - 10x + 25 + 9$$
$$\Leftrightarrow x = 4.$$

Vậy tâm đường tròn là $I(4;0)$ và bán kính $R = IA = \sqrt{(1-4)^2 + 1^2} = \sqrt{10}$.
Phương trình đường tròn (C) có dạng $(x-4)^2 + y^2 = 10$.
Chọn đáp án B □

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(L)\colon x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ ngoại tiếp tam giác ABC, với $A(1;0)\,,B(0;2)\,,C(2;1)$. Khi đó giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A $\frac{2}{3}$. B $-\frac{2}{3}$. C $-\frac{1}{3}$. D $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Vì các điểm A,B,C nằm trên đường tròn (L) nên ta có hệ phương trình sau

$$\begin{cases}A\in(L)\\B\in(L)\\C\in(L)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1^2+0^2-2\cdot a\cdot 1-2\cdot b\cdot 0+c=0\\0^2+(-2)^2-2\cdot a\cdot 0-2\cdot b\cdot(-2)+c=0\\2^2+(-1)^2-2\cdot a\cdot 2-2\cdot b\cdot(-1)+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2a+c=-1\\4b+c=-4\\-4a+2b+c=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{5}{6}\\b=\frac{-7}{6}\\c=\frac{2}{3}.\end{cases}$$

Khi đó giá trị của biểu thức $a+b+c=\frac{1}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 29. Phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

A $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$. B $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. C $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{16}=1$. D $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Lời giải.

Do (E) có tiêu cự bằng 6 nên $2c=6\Rightarrow c=3$.
Do (E) đi qua điểm $A(5;0)$ nên $a=5\Rightarrow b^2=a^2-c^2=25-9=16$.

Phương trình chính tắc của (E) là $(E)\colon\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Chọn đáp án B □

Câu 30. Trong hội nghị học sinh giỏi của trường, khi ra về các em bắt tay nhau. Biết rằng có 120 cái bắt tay và giả sử không em nào bị bỏ sót cũng như bắt tay không lặp lại 2 lần. Số học sinh dự hội nghị thuộc khoảng nào sau đây?

A $(13;18)$. B $(21;26)$. C $(17;22)$. D $(9;14)$.

Lời giải.

Cách 1:
Gọi số học sinh dự hội nghị là x học sinh. $(x\in\mathbb{N}^*)$.
Mỗi em sẽ bắt tay với $x-1$ bạn còn lại.

Do bắt tay không lặp lại 2 lần nên số cái bắt tay là $\frac{x(x-1)}{2}$.

Theo đề bài ta có phương trình: $\frac{x(x-1)}{2}=120\Leftrightarrow x^2-x-220=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=16\\x=-15\end{array}\right.$.

So với điều kiện ban đầu suy ra $x=16$. Vậy số học sinh dự hội nghị là 16.
Cách 2: Cứ 2 học sinh thì có 1 cái bắt tay.
Vậy số cái bắt tay là số tổ hợp chập 2 của x.

Vậy ta có $C_x^2=120\Leftrightarrow\frac{x(x-1)}{2}=120$.

Giải ra ta cũng được $x=16$.
Chọn đáp án A □

Câu 31. Một lớp có 30 học sinh gồm 20 nam và 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một nhóm 3 học sinh sao cho nhóm đó có ít nhất một học sinh nữ?

(A) 1140. (B) 2920. (C) 1900. (D) 900.

Lời giải.

Cách 1:
Để chọn ra 3 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nữ ta có các phương án sau:
Phương án 1: Chọn 1 học sinh nữ và 2 học sinh nam, có $\mathrm{C}_{10}^{1} \cdot \mathrm{C}_{20}^{2}$ cách thực hiện.
Phương án 2: Chọn 2 học sinh nữ và 1 học sinh nam, có $\mathrm{C}_{10}^{2} \cdot \mathrm{C}_{20}^{1}$ cách thực hiện.
Phương án 3: Chọn 3 học sinh nữ, có C_{10}^{3} cách thực hiện.
Theo quy tắc cộng, ta có: $\mathrm{C}_{10}^{1} \cdot \mathrm{C}_{20}^{2} + \mathrm{C}_{10}^{2} \cdot \mathrm{C}_{20}^{1} + \mathrm{C}_{10}^{3} = 2920$ cách chọn ra một nhóm 3 học sinh sao cho nhóm đó có ít nhất một học sinh nữ.
Cách 2:
Có C_{30}^{3} cách chọn ra 3 học sinh từ 30 học sinh, trong đó có C_{20}^{3} cách chọn ra 3 học sinh, không có học sinh nữ.
Suy ra có $\mathrm{C}_{30}^{3} - \mathrm{C}_{20}^{3} = 2920$ cách chọn ra một nhóm 3 học sinh sao cho nhóm đó có ít nhất một học sinh nữ.
Chọn đáp án (B) □

Câu 32. Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau và phải có mặt các chữ số 1, 2, 3 sao cho chúng không đứng cạnh nhau?

(A) 567. (B) 576. (C) 5040. (D) 840.

Lời giải.

Lấy ra 3 chữ số khác 1, 2, 3 từ tập A có C_{4}^{3} cách.
Xếp 3 chữ số này có 3! cách, coi 3 số trên là 3 vách ngăn sẽ tạo ra 4 vị trí xếp 3 chữ số 1, 2, 3 vào 3 trong 4 vị trí đó có A_{4}^{3} cách.
Vậy số các số lập được là $\mathrm{C}_{4}^{3} \cdot 3! \cdot \mathrm{A}_{4}^{3} = 576$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 33. Một nhóm gồm 12 học sinh trong đó có 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 2 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh tham gia đội xung kích. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn không cùng một khối?

(A) $\dfrac{1}{5}$. (B) $\dfrac{6}{55}$. (C) $\dfrac{12}{55}$. (D) $\dfrac{49}{55}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{12}^{3} = 220$.
Gọi biến cố A: "Ba học sinh được chọn không cùng một khối".
Khi đó, biến cố $\overline{A}$: "Ba học sinh được chọn cùng một khối".
Ta có $n\left(\overline{A}\right) = \mathrm{C}_{6}^{3} + \mathrm{C}_{4}^{3} = 24$.
Xác suất của biến cố $\overline{A}$ là $\mathrm{P}\left(\overline{A}\right) = \dfrac{24}{220} = \dfrac{6}{55}$.
Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \dfrac{6}{55} = \dfrac{49}{55}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 34. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

Ⓐ $\frac{1}{2}$. Ⓑ $\frac{1}{3}$. Ⓒ 1. Ⓓ $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Ta có không gian mẫu $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.
Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6$.
Gọi A là biến cố mặt có số chấm chẵn xuất hiện. Ta có $A = \{2; 4; 6\}$.
Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = 3$.
Vậy xác suất của biến cố là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án Ⓐ □

Câu 35. Một người chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau. Tính xác suất để 2 chiếc giày được chọn tạo thành một đôi.

Ⓐ $\frac{1}{2}$. Ⓑ $\frac{1}{10}$. Ⓒ $\frac{7}{9}$. Ⓓ $\frac{1}{9}$.

Lời giải.

Chọn ngẫu nhiên 2 chiếc giày từ 5 đôi giày cỡ khác nhau có C_{10}^2 cách.
Không gian mẫu là $|\Omega| = \mathrm{C}_{10}^2$.
Biến cố A: "Hai chiếc giày được chọn tạo thành một đôi".
Vì chỉ có 5 đôi giày nên số phần tử của biến cố A là $|A| = 5$.
Vậy xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A) = \dfrac{5}{\mathrm{C}_{10}^2} = \dfrac{1}{9}$.

Chọn đáp án Ⓓ □

B II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 6 chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập A đồng thời phải có mặt ba chữ số 0; 1; 2 và chúng đứng cạnh nhau?

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$.
Trường hợp 1: $a_6 = 0$, suy ra a_6 có 1 cách chọn.
Xếp các chữ số 1; 2 vào vị trí a_4 và a_5 có 2 cách.
Chọn thứ tự a_1, a_2, a_3 từ tập $\{3; 4; 5; 6; 7\}$ có A_5^3 cách.
Do đó trường hợp này có $1 \cdot 2 \cdot \mathrm{A}_5^3 = 120$ số.
Trường hợp 2: $a_6 = 2$. Tương tự như trường hợp 1 nên có 120 số.
Trường hợp 3: $a_6 \in \{4; 6\}$, suy ra a_6 có 2 cách chọn.
Xếp các chữ số 0; 1; 2 đứng cạnh nhau có $3 \cdot 3! - 2! = 16$ cách.
Chọn thứ tự hai chữ số từ tập $\{3; 4; 5; 6; 7\} \setminus \{a_6\}$ để xếp vào hai vị trí còn lại có A_4^2 cách.
Do đó trường hợp này có $2 \cdot 16 \cdot \mathrm{A}_4^2 = 384$ số.
Vậy có $120 + 120 + 384 = 624$ số thỏa mãn. □

Bài 2. Cho điểm $M(1; 2)$ và đường thẳng $d\colon 2x + y - 5 = 0$. Toạ độ của điểm đối xứng với điểm M qua d là

Lời giải.

Gọi Δ là phương trình đường thẳng đi qua $M(1;2)$ và vuông góc với d. Khi đó, một véc-tơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n}=(1;-2)$.
Phương trình Δ đi qua $M\,(1;2)$ có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2)$ có dạng

$$1(x-2)-2(y-2)=0 \Leftrightarrow x-2y+3=0.$$

Tọa độ giao điểm I của Δ và d là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x+y-5=0\\x-2y+3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{7}{5}\\y=\dfrac{11}{5}.\end{cases}$

Suy ra $I\left(\dfrac{7}{5};\dfrac{11}{5}\right)$. Do điểm $M'\,(x_{M'};y_{M'})$ đối xứng với điểm M qua $d \Rightarrow I$ là trung điểm MM'.
Suy ra $\begin{cases}x_I=\dfrac{x_M+x_{M'}}{2}\\y_I=\dfrac{y_M+y_{M'}}{2}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x_{M'}=2x_I-x_M\\y_{M'}=2y_I-y_M\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_{M'}=2\cdot\dfrac{7}{5}-1=\dfrac{9}{5}\\y_{M'}=2\cdot\dfrac{11}{5}-2=\dfrac{12}{5}\end{cases} \Rightarrow M'\left(\dfrac{9}{5};\dfrac{12}{5}\right).$ □

Bài 3. Một hộp đựng 10 viên bi có kích thước khác nhau, trong đó có 7 viên bi màu đỏ và 3 viên bi màu xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp trên. Xác suất để 2 viên bi được chọn có ít nhất một viên bi màu xanh bằng

Lời giải.

* Không gian mẫu.
Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp có 10 viên bi ta có không gian mẫu là $n\,(\Omega)=\mathrm{C}_{10}^2=45$ cách chọn.
Gọi A là biến cố chọn được ít nhất một viên bi màu xanh.
* Số phần tử thuận lợi cho biến cố A.
Trường hợp 1: Chọn được 1 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ có $\mathrm{C}_3^1\cdot\mathrm{C}_7^1$ cách chọn.
Trường hợp 2: Chọn được 2 viên bi màu xanh có C_3^2 cách chọn.
Do đó số phần tử thuận lợi cho biến cố A là $n(A)=\mathrm{C}_3^1\cdot\mathrm{C}_7^1+\mathrm{C}_3^2=24$ cách chọn.
* Xác suất xảy ra của biến cố A.
Xác suất để 2 viên được chọn có ít nhất một viên bi màu xanh là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n\,(\Omega)}=\dfrac{24}{45}=\dfrac{8}{15}.$ □

Bài 4. Cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 15 và đi qua điểm M sao cho $\widehat{F_1MF_2}=90^\circ$. Biết diện tích tam giác MF_1F_2 bằng 26. Phương trình chính tắc của elip (E) là

Lời giải.

Ta có $S_{MF_1F_2}=26$, $\widehat{F_1MF_2}=90^\circ \Rightarrow MF_1.MF_2=52$ và $MF_1{}^2+MF_2{}^2=(2c)^2$.
Độ dài trục lớn bằng $15 \Rightarrow MF_1+MF_2=2a=15$.
Mà $(MF_1+MF_2)^2=MF_1{}^2+MF_2{}^2+2MF_1\cdot MF_2 \Leftrightarrow (15)^2=(2c)^2+2.52 \Rightarrow c^2=\dfrac{121}{4}$.
Mà $a=\dfrac{15}{2} \Rightarrow b^2=\dfrac{104}{4}$.
Vậy phương trình chính tắc của elip (E) là $(E)\colon \dfrac{x^2}{\frac{225}{4}}+\dfrac{y^2}{\frac{104}{4}}=1.$ □

BÀI 9. ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CHK2 - K10 NĂM 2023

A I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(-1;3)$, $B(3;-4)$, $C(-5;-2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $G(-1;-1)$. B. $G\left(\frac{1}{3};-1\right)$. C. $G\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$. D. $G(1;-1)$.

Lời giải.

G là trọng tâm tam giác ABC nên ta có $\begin{cases} x_G = \dfrac{-1+3-5}{3} = -1 \\ y_G = \dfrac{3-4-2}{3} = -1. \end{cases}$

Vậy $G(-1;-1)$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;1)$, $B(3;2)$, $C(6;5)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A. $D(4;3)$. B. $D(3;4)$. C. $D(4;4)$. D. $D(8;6)$.

Lời giải.

Gọi $D(x;y)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (2;1) \\ \overrightarrow{DC} = (6-x;5-y). \end{cases}$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 6-x \\ 1 = 5-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow D(4;4)$.

Chọn đáp án C □

Câu 3. Theo thống kê, dân số Việt Nam năm 2022 là 79 715 675 người. Giả sử sai số tuyệt đối của số liệu thống kê này nhỏ hơn 10000 người. Hãy viết số quy tròn của số trên.

A. 79710000 người. B. 79716000 người. C. 79720000 người. D. 79700000 người.

Lời giải.

Độ chính xác đến hàng chục nghìn nên ta quy tròn số gần đúng đến hàng trăm nghìn.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Hãy tìm số trung bình của mẫu số liệu khi cho bảng tần số dưới đây:

Giá trị x_i	4	6	8	10	12
Tần số n_i	1	4	9	5	2

A. 8,29. B. 9,28. C. 8,73. D. 8,37.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính số trung bình của mẫu số liệu.

Chọn đáp án A □

Câu 5. Tìm mốt của mẫu số liệu sau: 11; 17; 13; 14; 15; 14; 15; 16; 17; 17.

(A) 17. (B) 13. (C) 14. (D) 15.

Lời giải.

Mốt là 17 vì giá trị này xuất nhiều nhất (3 lần).

Chọn đáp án (A) □

Câu 6. Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu sau: 11; 17; 13; 14; 15; 14; 15; 16; 17.

(A) 16,5. (B) 16. (C) 15,5. (D) 15.

Lời giải.

Sắp xếp mẫu theo thứ tự không giảm: 11; 13; 14; 14; 15; 15; 16; 17; 17.

Kích thước mẫu là 9.

Trung vị của mẫu là giá trị thứ 5 là 15.

Khi đó tứ phân vị thứ ba là trung bình cộng của giá trị thứ 7 và thứ 8 bằng 16,5.

Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Điểm thi HK1 của một học sinh lớp 10 như sau:

9	9	7	8	9	7	10	8	8

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là

(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

Lời giải.

Khoảng biến thiên là $R = 10 - 7 = 3$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 8. Cho mẫu số liệu 10; 8; 6; 2; 4. Độ lệch chuẩn của mẫu là

(A) 8. (B) 2,4. (C) 2,8. (D) 6.

Lời giải.

Giá trị trung bình của dãy số liệu là $\overline{x} = \dfrac{10+8+6+4+2}{5} = 6$.

Độ lệch chuẩn của dãy số liệu là $s = \sqrt{\dfrac{(10-6)^2+(8-6)^2+(4-6)^2+(2-6)^2}{5}} \approx 2{,}8$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 9. Cho đường thẳng (d) có phương trình $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$. Khi đó, đương thẳng (d) có 1 vectơ pháp tuyến là

(A) $\vec{n} = (-1; 2)$. (B) $\vec{n} = (1; 2)$. (C) $\vec{n} = (2; 1)$. (D) $\vec{n} = (2; -1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 2)$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 10. Cho đường thẳng (d) có phương trình $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$. Khi đó, đường thẳng (d) có

1 vectơ pháp tuyến là

A $\vec{n} = (-1; 2)$. **B** $\vec{n} = (1; 2)$. **C** $\vec{n} = (2; 1)$. **D** $\vec{n} = (2; -1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-1; 2)$ nên có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1)$.

Chọn đáp án C □

Câu 11. Cho $\triangle ABC$ có $A(2; -1)$; $B(4; 5)$; $C(-3; 2)$. Viết phương trình tổng quát của đường cao AH.

A $7x + 3y - 11 = 0$. **B** $3x + 7y + 1 = 0$.

C $7x + 3y + 11 = 0$. **D** $-7x + 3y + 11 = 0$.

Lời giải.

Đường cao AH có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{BC} = (-7; -3) = -(7; 3)$.

Nên phương trình đường cao AH là $7(x - 2) + 3(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 7x + 3y - 11 = 0$.

Chọn đáp án A □

Câu 12. Khoảng cách d từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $3x + 2y + 13 = 0$ là

A $2\sqrt{13}$. **B** $\dfrac{28}{\sqrt{13}}$. **C** 26. **D** $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải.

Khoảng cách $d = \dfrac{|3 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) + 13|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \dfrac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}$.

Chọn đáp án A □

Câu 13. Trong mặt phẳng Oxy, tính góc giữa hai đường thẳng $(d)\colon x - 2y - 1 = 0$ và $(d')\colon x + 3y - 11 = 0$.

A 30°. **B** 45°. **C** 60°. **D** 135°.

Lời giải.

$\vec{n}_d = (1; -2)$, $\vec{n}_{d'} = (1; 3)$.

Gọi α là góc tạo bởi hai vectơ pháp tuyến của hai đường thẳng.

$\cos\alpha = \dfrac{\vec{n}_d \cdot \vec{n}_{d'}}{|\vec{n}_d| \cdot |\vec{n}_{d'}|} = \dfrac{-5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 135^\circ$.

Suy ra góc giữa hai đường thẳng bằng 45°.

Chọn đáp án B □

Câu 14. Phương trình đường tròn có tâm $I(-2; 4)$ và bán kính $R = 5$ là

A $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 5$. **B** $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$.

C $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$. **D** $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 25$.

Lời giải.

Phương trình đường tròn có tâm $I(-2; 4)$ và bán kính $R = 5$ là $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$.

Chọn đáp án C □

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình đường tròn $I(1; -3)$ và tiếp xúc với trục tung có phương trình là

(A) $(x-1)^2+(y+3)^2=1$. (B) $(x-1)^2+(y+3)^2=\sqrt{3}$.
(C) $(x-1)^2+(y+3)^2=9$. (D) $(x-1)^2+(y+3)^2=3$.

Lời giải.

Trục tung $Oy\colon x=0 \Rightarrow$ đường tròn đã cho có bán kính $R=\mathrm{d}(I,Oy)=1$.
Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $(x-1)^2+(y+3)^2=1$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 16. Trong mặt phẳng Oxy, phương trình elip $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ có một tiêu điểm là
(A) $(0;4)$. (B) $\left(0;\sqrt{5}\right)$. (C) $\left(-\sqrt{5};0\right)$. (D) $(3;0)$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta suy ra $a^2=25$; $b^2=16$, khi đó $c=\sqrt{a^2-b^2}=3$.
Ta có hai tiêu điểm $F_1(-3;0)$ và $F_2(3;0)$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 17. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 8 học sinh nam và 9 học sinh nữ?
(A) 8. (B) 17. (C) 72. (D) 9.

Lời giải.

Áp dụng quy tắc cộng ta có số cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 8 học sinh nam và 9 học sinh nữ là $8+9=17$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 18. Một đội văn nghệ chuẩn bị được 2 vở kịch, 3 điệu múa và 6 bài hát. Tại hội diễn văn nghệ, mỗi đội chỉ được trình diễn một vở kịch, một điệu múa và một bài hát. Hỏi đội văn nghệ trên có bao nhiêu cách chọn chương trình biểu diễn, biết chất lượng các vở kịch, điệu múa, bài hát là như nhau?
(A) 11. (B) 18. (C) 25. (D) 36.

Lời giải.

Số cách chọn chương trình biểu diễn văn nghệ của đội trên là $2\cdot 3\cdot 6=36$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 19. Với năm chữ số $1;2;3;4;7$ có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2?
(A) 120. (B) 24. (C) 48. (D) 1250.

Lời giải.

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}$ $(a,b,c,d,e\in\{1;2;3;4;7\})$, vì số cần tìm chia hết cho 2 nên có 2 cách chọn e.
Bốn chữ số còn lại được chọn và sắp từ bốn trong năm chữ số trên nên có $4!$ cách.
Vậy có tất cả $2\cdot 4!=48$ số cần tìm.
Chọn đáp án (C) □

Câu 20. Một tổ có 15 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó?

Ⓐ C^2_{15}. Ⓑ A^2_{15}. Ⓒ C^8_{15}. Ⓓ 15^2.

Lời giải.

Số cách chọn 2 học sinh trong 15 học sinh để làm hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó là A^2_{15}.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 21. Lớp 11A có 20 bạn nam và 22 bạn nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra hai bạn tham gia hội thi cắm hoa do nhà trường tổ chức?

Ⓐ 42. Ⓑ 861. Ⓒ 1722. Ⓓ 84.

Lời giải.

Số cách chọn hai bạn trong lớp có 42 học sinh là $C^2_{42} = 861$ cách.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 22. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(\dfrac{1}{x} + x^3\right)^4$.

Ⓐ 1. Ⓑ 4. Ⓒ 6. Ⓓ 12.

Lời giải.

$$\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^4 = \sum_{k=0}^{4} C^k_4 \left(\frac{1}{x}\right)^{4-k} (x^3)^k = \sum_{k=0}^{4} C^k_4 x^{4k-4}.$$

Số hạng không chứa x trong khai triển trên ứng với $4k - 4 = 0 \Leftrightarrow k = 1$.
Vậy số hạng cần tìm là $C^1_4 = 4$.
Chọn đáp án Ⓑ □

Câu 23. Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất ba lần. Xác suất tích số chấm trong ba lần gieo bằng 6 là

Ⓐ $\dfrac{1}{2}$. Ⓑ $\dfrac{5}{108}$. Ⓒ $\dfrac{5}{9}$. Ⓓ $\dfrac{1}{24}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$.
Gọi A là biến cố "Tích số chấm trong 3 lần gieo bằng 6".
Các trường hợp thuận lợi của biến cố A là
$\{(1;1;6), (1;6;1), (1;2;3), (1;3;2), (2;1;3), (2;3;1), (3;1;2), (3;2;1), (6;1;1)\}$.
Suy ra $n(A) = 9$.
Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{9}{216} = \dfrac{1}{24}$.
Chọn đáp án Ⓓ □

Câu 24. Có 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Chọn ngẫu nhiên hai tấm thẻ. Xác suất để chọn được hai tấm thẻ đều ghi số chẵn là

Ⓐ $\dfrac{2}{9}$. Ⓑ $\dfrac{1}{4}$. Ⓒ $\dfrac{7}{9}$. Ⓓ $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Xét phép thử T "Chọn ngẫu nhiên hai thẻ từ tập hợp 10 thẻ".
Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \mathrm{C}_{10}^2 = 45$.
Trong 10 số nguyên dương từ 1 đến 10 gồm 5 số lẻ và 5 số chẵn. Để chọn được hai tấm thẻ đều ghi số chẵn, ta cần chọn được hai tấm thẻ từ năm tấm thẻ ghi số chẵn.
Gọi A là biến cố "Chọn được hai tấm thẻ đều ghi số chẵn", khi đó $n(A) = \mathrm{C}_5^2 = 10$.
Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{10}{45} = \dfrac{2}{9}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 25. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả màu xanh và 6 quả màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu là

(A) $\dfrac{8}{11}$. (B) $\dfrac{5}{22}$. (C) $\dfrac{6}{11}$. (D) $\dfrac{5}{11}$.

Lời giải.

Số cách chọn ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu từ hộp đó là $\mathrm{C}_{11}^2 = 55$ cách.
Số cách chọn ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu cùng màu từ hộp đó là $\mathrm{C}_5^2 + \mathrm{C}_6^2 = 25$ cách.
Vậy xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu là $\dfrac{25}{55} = \dfrac{5}{11}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 26. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;0), B(2;-1), C(1;1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng (d) đi qua A và song song BC là

(A) $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+2}{-2}$. (B) $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{2}$. (C) $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2}$. (D) $\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{-2}$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1;2)$, đường thẳng d nhận vectơ $\overrightarrow{BC}$ làm vectơ chỉ phương.
Thay $A(1;0)$ vào các đáp án, ta có phương án A thỏa mãn.
Chọn đáp án (A) □

Câu 27. Lập phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0), B(0;2)$ và có tâm thuộc đường thẳng $d\colon x+y=0$.

(A) $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(y+\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{13}{2}$. (B) $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(y+\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{13}{2}$.

(C) $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{13}{2}$. (D) $\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(y-\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{13}{2}$.

Lời giải.

Gọi I là tâm đường tròn, vì $I \in d$ nên $I(x;-x)$. Ta có

$$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (3-x)^2 + x^2 = x^2 + (2+x)^2 \Leftrightarrow -6x+9 = 4x+4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}.$$

Vậy $I\left(\dfrac{1}{2}; -\dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có $IA = \sqrt{\left(3-\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{26}}{2}$ là bán kính đường tròn.

Phương trình đường tròn cần tìm là $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(y+\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{13}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình đường tròn $I(1;-3)$ và tiếp xúc với trục tung có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+3)^2=1$.
B. $(x-1)^2+(y+3)^2=\sqrt{3}$.
C. $(x-1)^2+(y+3)^2=9$.
D. $(x-1)^2+(y+3)^2=3$.

Lời giải.

Trục tung $Oy\colon x=0 \Rightarrow$ Đường tròn đã cho có bán kính $R=\mathrm{d}(I,Oy)=1$.
Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $(x-1)^2+(y+3)^2=1$.
Chọn đáp án A □

Câu 29. Cho của hypebol $(H)\colon \dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$. Hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối bằng bao nhiêu?

A. 6.
B. 3.
C. 4.
D. 5.

Lời giải.

Gọi F_1 và F_2 là hai tiêu điểm của $(H)\colon \dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$, $(a>0,b>0)$.
Điểm $M\in(H)\Leftrightarrow |MF_1-MF_2|=2a$.
Từ phương trình $(H)\colon \dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$, ta có $a^2=9\Rightarrow a=3$, $(a>0)$.
Vậy hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm M nằm trên (H) đến hai tiêu điểm có giá trị tuyệt đối là $|MF_1-MF_2|=2a=6$.
Chọn đáp án A □

Câu 30. Một hộp đựng 6 viên bi đen 1 đến 6 và 5 viên bi xanh đánh số 1 đến 5. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 viên bi khác màu và khác số?

A. 20.
B. 25.
C. 30.
D. 36.

Lời giải.

Cách 1:
TH1: Viên bi đen được chọn không đánh số 6.
Số cách chọn 1 viên bi đen được đánh số từ 1 đến 5: 5 cách chọn.
Số cách chọn 1 viên bi xanh: 4 cách chọn.
Vậy có $5{\cdot}4=20$ cách chọn thỏa TH1.
TH2: Viên bi đen được chọn đánh số 6
Số cách chọn 1 viên bi đen được đánh số 6: 1 cách chọn.
Số cách chọn 1 viên bi xanh được đánh số từ 1 đến 5: 5 cách chọn.
Vậy có $1\cdot 5=5$ cách chọn thỏa TH2.
Vậy có: $20+5=25$ cách chọn thỏa yêu cầu đề bài.
Cách 2:
Số cách chọn 1 viên bi xanh được đánh số từ 1 đến 5: 5 cách chọn.
Số cách chọn 1 viên bi đen: 5 cách chọn
Vậy có $5\cdot 5=25$ cách chọn thỏa yêu cầu đề bài.
Chọn đáp án B □

Câu 31. Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có đúng 2 học sinh nam?

A. $\mathrm{C}_6^2+\mathrm{C}_9^4$.
B. $\mathrm{C}_6^2\cdot\mathrm{C}_9^4$.
C. $\mathrm{A}_6^2\cdot\mathrm{A}_9^4$.
D. $\mathrm{C}_9^2\mathrm{C}_6^4$.

Lời giải.

Số cách chọn 4 học sinh nữ: C_9^4 cách.
Số cách chọn 2 học sinh nam có C_6^2 cách.
Vậy có $C_6^2 \cdot C_9^4$ cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có đúng 2 học sinh nam.
Chọn đáp án (B) □

Câu 32. Một nhóm công nhân gồm 8 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một tổ công tác sao cho phải có 1 tổ trưởng nam, 1 tổ phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác.

(A) 4060. (B) 12880. (C) 1286. (D) 8120.

Lời giải.

Chọn 2 trong 8 nam làm tổ trưởng và tổ phó có A_8^2 cách.

- Chọn 3 tổ viên, trong đó có nữ.
- Chọn 1 nữ và 2 nam có: $5 \cdot C_6^2$ cách.
- Chọn 2 nữ và 1 nam có: $6 \cdot C_5^2$ cách.
- Chọn 3 nữ có: C_5^3 cách.

Vậy có $A_8^2 \cdot (5 \cdot C_6^2 + 6 \cdot C_5^2 + C_5^3) = 8120$ cách.
Chọn đáp án (D) □

Câu 33. Cho hai hộp, hộp I chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh, hộp II chứa 5 viên bi đỏ và 2 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra 2 viên bi. Tính xác suất để các viên bi lấy ra cùng màu.

(A) $\dfrac{131}{1001}$. (B) $\dfrac{9}{143}$. (C) $\dfrac{131}{441}$. (D) $\dfrac{1}{7}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_7^2 \cdot C_7^2 = 441$.
Gọi A là biến cố: "Các viên bi lấy ra cùng màu".
TH1: Cùng màu đỏ: $C_4^2 \cdot C_5^2 = 60$.
TH2: Cùng màu xanh: $C_3^2 \cdot C_2^2 = 3$.
$\Rightarrow n(A) = 60 + 3 = 63$.
Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{63}{441} = \dfrac{1}{7}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 34. Hai bạn lớp A và hai bạn lớp B được xếp vào 4 ghế hàng ngang. Xác suất sao cho các bạn cùng lớp không ngồi cạnh nhau là

(A) $\dfrac{1}{3}$. (B) $\dfrac{1}{4}$. (C) $\dfrac{1}{2}$. (D) $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải.

Mỗi cách xếp 4 học sinh vào 4 ghế hàng ngang là một hoán vị của 4 phần tử.
Số phần tử của không gian mẫu là $P_4 = 4! = 24$.
Gọi C là biến cố "Các bạn cùng lớp không ngồi cùng nhau".
Số cách xếp 2 bạn lớp A: 2! cách.
Số cách chọn vị trí cho 2 bạn lớp B: 2 cách.
Số cách xếp 2 bạn lớp B vào chỗ: 2!.
Khi đó $n(C) = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.
Vậy $P(C) = \dfrac{8}{24} = \dfrac{1}{3}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 35. Bạn An có 7 cái kẹo vị hoa quả và 6 cái kẹo vị socola. An lấy ngẫu nhiên 5 cái kẹo cho vào hộp để tặng cho em. Tính xác suất để 5 cái kẹo có cả vị hoa quả và vị socola.

(A) $\frac{140}{143}$. (B) $\frac{79}{156}$. (C) $\frac{103}{117}$. (D) $\frac{14}{117}$.

Lời giải.

Ta có: $n(\Omega) = \mathrm{C}_{13}^5 = 1287$.
Gọi A là biến cố: "An lấy ngẫu nhiên 5 cái kẹo có cả vị hoa quả và vị socola".
Khi đó $n(A) = \mathrm{C}_7^1 \cdot \mathrm{C}_6^4 + \mathrm{C}_7^2 \cdot \mathrm{C}_6^3 + \mathrm{C}_7^3 \cdot \mathrm{C}_6^2 + \mathrm{C}_7^4 \cdot \mathrm{C}_6^1 = 1260$.
Vậy $\mathrm{P}(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{1260}{1287} = \dfrac{140}{143}$.

Chọn đáp án (A) □

B II. PHẦN TỰ LUẬN

Bài 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 1 đứng liền giữa hai chữ 5 và 9?

Lời giải.

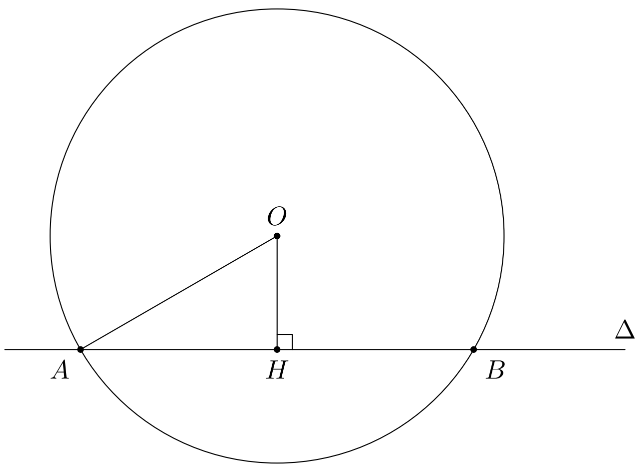
Lập số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 1 đứng liền giữa hai chữ số 5 và 9.
Trường hợp 1: 3 chữ số 1, 5, 9 đứng 3 vị trí đầu.
- Chữ số 1 đứng vị trí số 2 có : 1 cách chọn.
- Sắp xếp 2 chữ số 5, 9 bên cạnh chữ số 1 có: 2! cách chọn.
- Chọn 4 số trong 7 chữ số còn lại xếp vào 3 vị trí còn lại có: A_7^4 cách chọn.

Suy ra có: $2! \cdot \mathrm{A}_7^4 = 1680$ số.
Trường hợp 2: 3 chữ số 1, 5, 9 không đứng ở vị trí đầu tiên.
- Chọn ví trí cho chữ số 1 có: 4 cách chọn.
- Sắp xếp 2 chữ số 5, 9 bên cạnh chữ số 1 có: 2! cách chọn.
- Chọn 1 chữ số cho vị trí đầu tiên có: 6 cách chọn.
- Chọn 3 chữ số xếp vào 3 vị trí còn lại có: A_6^3.

Suy ra có: $4 \cdot 6 \cdot 2! \cdot \mathrm{A}_6^3 = 5760$ số.
Vậy có $1680 + 5760 = 7440$ số. □

Bài 2. Cho (C): $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ và đường thẳng (d): $x + y + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) song song (d) và cắt đường tròn (C) theo một dây cung có độ dài bằng 8.

Lời giải.



Ta có (C) có tâm $I(2;-3)$ và $R=5$.
Gọi A, B là giao điểm của (Δ) và đường tròn $(C) \Rightarrow AB=8$.
Kẻ $OH \perp AB$ tại $H \Rightarrow H$ là trung điểm AB.
Ta có $OH=\sqrt{OA^2-AH^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.
Do đó $(\Delta) \,/\!/\, (d) \Rightarrow (\Delta)\colon x+y+c=0\ (c\neq 4)$.

Ta có $\mathrm{d}\left(I,(\Delta)\right)=OH \Leftrightarrow \dfrac{|2-3+c|}{\sqrt{2}}=3 \Leftrightarrow |c-1|=3\sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=3\sqrt{2}+1\,(n) \\ c=-3\sqrt{2}+1\,(n). \end{array}\right.$

Vậy phương trình đường thẳng (Δ) là $x+y+3\sqrt{2}+1=0$ hoặc $x+y-3\sqrt{2}+1=0$. □

Bài 3. Tại môn bóng đá SEA Games 31 tổ chức tại Việt Nam có 10 đội bóng tham dự trong đó có 2 đội tuyển Việt Nam và Thái Lan. Ban tổ chức chia ngẫu nhiên 10 đội tuyển thành 2 bảng: bảng A và bảng B, mỗi bảng có 5 đội. Xác suất để đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Thái Lan nằm cùng một bảng đấu là

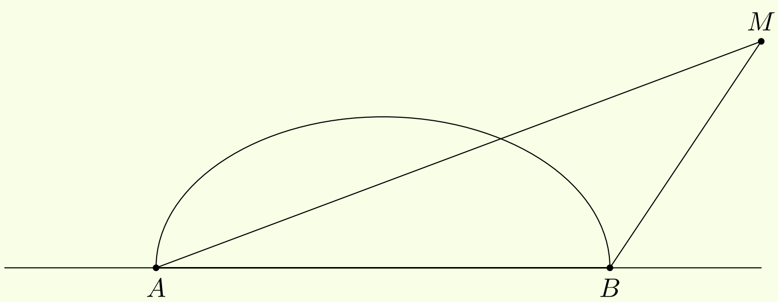
Lời giải.

Số cách phân 10 đội tuyển thành 2 bảng A và B, mỗi bảng có 5 đội là C_{10}^5.
Số cách phân 10 đội tuyển thành 2 bảng A và B, mỗi bảng có 5 đội sao cho đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Thái Lan nằm cùng một bảng là

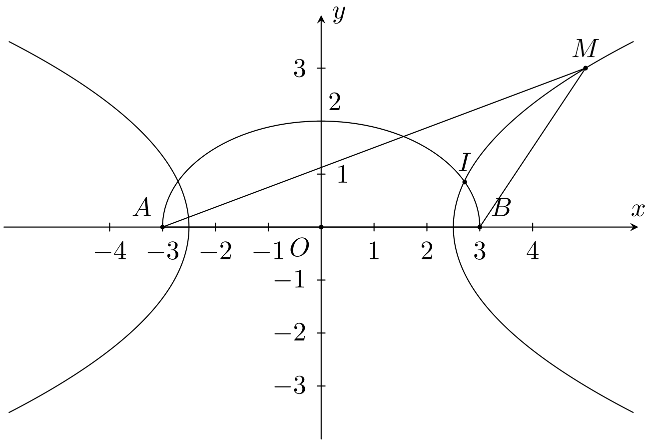
- Trường hợp Việt Nam và Thái Lan cùng nằm ở bảng A: chọn thêm 3 đội từ 8 đội còn lại vào bảng A có C_8^3 cách.
- Trường hợp Việt Nam và Thái Lan cùng nằm ở bảng B: tương tự cũng có C_8^3 cách.

Xác suất để đội tuyển Việt Nam và đội tuyển Thái Lan nằm cùng một bảng đấu là $\mathrm{P}=\dfrac{2\mathrm{C}_8^3}{\mathrm{C}_{10}^5}=\dfrac{4}{9}$.
□

Bài 4. Trên bờ biển có hai trạm thu phát tín hiệu A và B cách nhau 6 km, người ta xây một cảng biển cho tàu hàng neo đậu là một nửa hình elip nhận AB làm trục lớn và có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}$ km. Một con tàu hàng M nhận tín hiệu đi vào cảng biển sao cho hiệu khoảng cách từ nó đến A và B luôn là $2\sqrt{6}$ km. Khi neo đậu tại cảng thì khoảng cách từ con tàu đến bờ biển là bao nhiêu?



Lời giải.



Chọn hệ trục toạ độ Oxy như hình trên, trong đó 1 km ứng với 1 đơn vị.

Do $\begin{cases} |MA - MB| = 2\sqrt{6} \\ A(-3;0), B(3;0) \end{cases}$ nên M thuộc hypebol $(H)\colon \dfrac{x^2}{6} - \dfrac{y^2}{3} = 1$.

Cảng biển xây theo hình elip có trục lớn là $AB = 6$ và tiêu cự là $2\sqrt{5} \Rightarrow (E)\colon \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$.

Khi con tàu M neo đậu thì chính là tại vị trí I:

Lúc này toạ độ của I thoả mãn hệ: $\begin{cases} \dfrac{x^2}{6} - \dfrac{y^2}{3} = 1 \\ \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \dfrac{126}{17} \\ y^2 = \dfrac{12}{17}. \end{cases}$

Khi đó khoảng cách từ con tàu M đến bờ biển là $\sqrt{\dfrac{12}{17}}$ km. □